

10 класс

Второй день

- 10.6. Петя выбрал натуральное число n и выписал на доску следующие n дробей:

$$\frac{0}{n}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-2}, \frac{3}{n-3}, \dots, \frac{n-1}{n-(n-1)}.$$

Пусть число n делится на натуральное число d . Докажите, что среди выписанных дробей найдётся дробь, равная числу $d-1$.

- 10.7. Из четырёх одинаковых треугольников сложен выпуклый четырёхугольник. Верно ли, что у этого четырёхугольника обязательно есть параллельные стороны?
- 10.8. Дана клетчатая доска 1000×1000 . Фигура *гепард* из произвольной клетки x бьёт все клетки квадрата 19×19 с центральной клеткой x , за исключением клеток, находящихся с x в одном столбце или одной строке. Какое наибольшее количество гепардов, не бьющих друг друга, можно расставить на доске?
- 10.9. Докажите, что найдётся такое натуральное число $n > 10^{2018}$, что сумма всех простых чисел, меньших n , взаимно проста с n .
- 10.10. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = \angle C = 30^\circ$. На его сторонах AB , BC и AC выбраны точки D , E и F соответственно так, что $\angle BFD = \angle BFE = 60^\circ$. Периметр треугольника ABC равен p , а периметр треугольника DEF равен p_1 . Докажите, что $p \leq 2p_1$.

10 класс

Второй день

- 10.6. Петя выбрал натуральное число n и выписал на доску следующие n дробей:

$$\frac{0}{n}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-2}, \frac{3}{n-3}, \dots, \frac{n-1}{n-(n-1)}.$$

Пусть число n делится на натуральное число d . Докажите, что среди выписанных дробей найдётся дробь, равная числу $d-1$.

- 10.7. Из четырёх одинаковых треугольников сложен выпуклый четырёхугольник. Верно ли, что у этого четырёхугольника обязательно есть параллельные стороны?
- 10.8. Дана клетчатая доска 1000×1000 . Фигура *гепард* из произвольной клетки x бьёт все клетки квадрата 19×19 с центральной клеткой x , за исключением клеток, находящихся с x в одном столбце или одной строке. Какое наибольшее количество гепардов, не бьющих друг друга, можно расставить на доске?
- 10.9. Докажите, что найдётся такое натуральное число $n > 10^{2018}$, что сумма всех простых чисел, меньших n , взаимно проста с n .
- 10.10. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = \angle C = 30^\circ$. На его сторонах AB , BC и AC выбраны точки D , E и F соответственно так, что $\angle BFD = \angle BFE = 60^\circ$. Периметр треугольника ABC равен p , а периметр треугольника DEF равен p_1 . Докажите, что $p \leq 2p_1$.