

## Задача 10.1

### Задача 10.1. Золушка.

#### Задание

1. Представьте себе мешок с пшеном (50 кг), стоящий на полу. При помощи выданного вам оборудования, найдите, чему равна плотность **крупы** на дне мешка.
2. Измерьте плотность **зерен** пшена.
3. Измерьте плотность драже.

Оборудование: пшено (в стаканчике), драже (10 шт), шприц (20 мл), весы.

Примечание. При определении плотности зерен рассматривайте крупу как плотную упаковку одинаковых шариков. Объем шара  $V_{\text{ш}} = 4/3\pi r^3$ , где  $r$  – радиус шара.

#### Возможное решение

1. Измеряем массу  $M$  пустого шприца. Насыпаем в шприц пшено. Измеряем массу  $m_{\text{общ}}$  шприца с пшеном и объем  $V$ , занимаемый крупой. Для моделирования состояния зерна на дне мешка прижимаем зерно поршнем шприца. Плотность крупы  $\rho = \frac{m_{\text{общ}} - M}{V} = 0,83 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Если зерно насыпать в шприц и не уплотнять, измеренная плотность окажется на 10-15% меньше ( $\rho_{\text{кр}} \approx 0,7 \text{ г/см}^3$ ).

2. Предположим, что крупа подобна кристаллической структуре, элементарной ячейкой которой является куб, в каждой из вершин которого находится центр зерна и еще у одного центр совпадает с центром куба (объемно-центрированная кубическая решетка). Найдем плотность упаковки такой решетки  $k = \frac{V_0}{V_{\text{я}}}$ , где  $V_0 = NV_{\text{ш}}$  – объем, занимаемый зернами,  $N$  – число зерен, приходящихся на одну ячейку,  $V_{\text{я}} = a^3$  – объем ячейки. Ребро куба  $a$  можно связать с радиусом зерна  $r$ :  $a\sqrt{3} = 4r$  (на большой диагонали куба укладывается два диаметра зерна).  $N$  подсчитаем таким образом: каждое из 8 зерен, центры которых находятся в вершинах куба, принадлежит 8 соседним ячейкам, поэтому на каждую ячейку приходится по 1/8 зерна, и еще одно зерно находится в центре куба:  $N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$ .

После подстановки,  $k = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \approx 0,68$ . Плотность зерен  $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,2 \text{ г/см}^3$ . Для гранецентрированной кубической решетки аналогичный расчет дает  $k = 0,74$  и  $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,1 \text{ г/см}^3$ . Это наиболее плотная упаковка, наряду с гексагональной. У простой

кубической решетки (1 зерно на 1 ячейку)  $k = 0,52$ , тогда  $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

3. Измеряем массу  $m_1$  5-6 драже. Далее насыпаем в шприц небольшое количество пшена так, чтобы у дна образовалась «подушка» из зерна, на которую бросаем одно драже. Аккуратно насыпаем зерно, чтобы заполнить промежутки между драже и стенками шприца и подготовить «подушкву» для следующего драже. Так продолжаем, пока общий объем  $\rho = \frac{m_{\text{общ}} - M}{V} = 0,83 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  и 20 мл (сверху при этом должен находиться слой зерна под давлением). Измеряем массу шприца с драже и пшеном  $m_2$ . Масса пшена  $m_{\text{пш}} = m_2 - m_1 - M$ . Так как размер зерен пшена много меньше размера драже, можем считать, что крупа заполнила все промежутки, и их объем был равен  $V_{\text{пр}} = \frac{m_{\text{пш}}}{\rho_{\text{кр}}}$ . Тогда объем, занимаемый самим драже,  $V_{\text{др}} = V_{\text{общ}} - V_{\text{пр}}$ , а его плотность  $\rho_{\text{др}} = \frac{m_1}{V_{\text{др}}} = (1,2 - 1,3) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .

№	Содержание критерия	Баллы
1.	Предложен способ измерения плотности крупы на дне мешка, включая расчетную формулу	1
2.	Измерена плотность крупы (точность не хуже 5%) Если точность хуже 5%, но в пределах 10% - 1 балл	2
3.	Выполнено повторное измерение	1
4.	Предложен способ расчета плотности зерен (нужно учесть воздушные промежутки, для этого рассмотреть структуру крупы)	1
5.	Правильно найдена плотность упаковки (в соответствии с выбранным типом кристаллической решетки) Если сделана разумная оценка $0,5 < k < 0,75$ без вывода формул – 1 балл	2
6.	Вычислена плотность зерен: при $k = 0,52$ $\rho_{\text{зер}} \approx 1,6 \text{ г/см}^3$ , при $k = 0,68$ $\rho_{\text{зер}} \approx 1,2 \text{ г/см}^3$ , при $k = 0,74$ $\rho_{\text{зер}} \approx 1,1 \text{ г/см}^3$ .	1
7.	Предложен способ измерения плотности драже («крупа вместо воды»)	1
8.	Правильный метод определения объема промежутков (через плотность крупы)	1
9.	Выполнены необходимые измерения ( $m_1, m_2, V_{\text{общ}}$ )	1
10.	Выполнены повторные измерения (не менее двух) Если повторное измерение одно – 1 балл	2
11.	Определена плотность драже $\rho_{\text{др}} = (1,3 - 1,6) \text{ г/см}^3$ Если $\rho_{\text{др}} = (1,2 - 1,3) \text{ г/см}^3$ , или, $\rho_{\text{др}} = (1,6 - 1,7) \text{ г/см}^3$ – 1 балл	2

**Итого: 15 баллов**

## Задача 10.2

### Задание 10.2. Ох уж эти ВАХи!

- 1) Снимите вольтамперную характеристику (ВАХ) выданного вам «черного ящика» и нарисуйте схему электрической цепи, с помощью которой вы проводили измерения.
- 2) Изобразите полученную ВАХ на графике.
- 3) Предложите вариант схемы электрической цепи, которая может располагаться внутри «чёрного ящика».
- 4) Определите сопротивление(я) резистора(ов) в «чёрном ящике».

Электрическая цепь, находящаяся внутри «чёрного ящика», содержит не более 3-х элементов (это могут быть резисторы, диоды, лампочки), но только один из них нелинейный. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов (диода и лампочки) схематически изображены на рис. 1 и рис. 2.

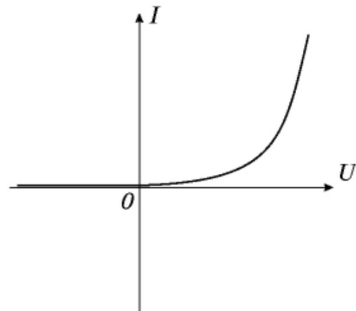


Рис.1 ВАХ диода

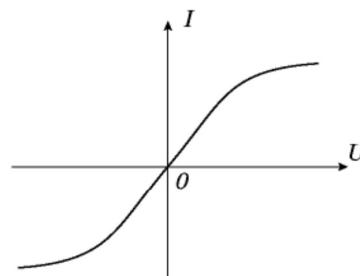


Рис.2 ВАХ лампочки

**Оборудование:** «черный ящик», резистор сопротивлением 10 Ом, переменный резистор, батарейка (источник тока), вольтметр (мультиметр), соединительные провода, миллиметровая бумага для построения графиков.

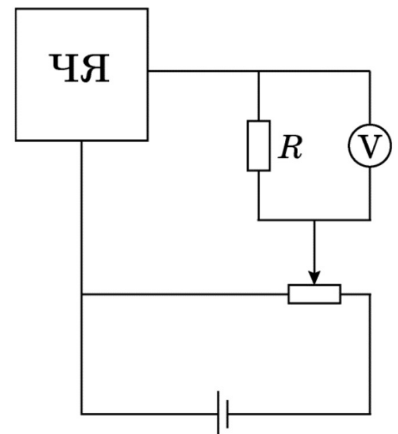
**Примечание:** если в качестве вольтметра вам выдали мультиметр, то вы имеете право использовать его только в режиме вольтметра.

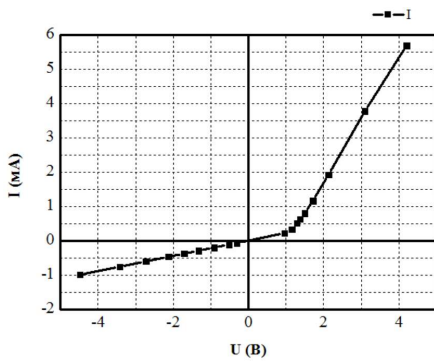
### Решение:

Соберем электрическую цепь (рис. справа). При таком соединении приборов мы сможем регулировать напряжение, подаваемое на «черный ящик» в наиболее широком диапазоне. Регулируя сопротивление переменного резистора, будем измерять вольтметром напряжение на известном резисторе, и на «черном ящике».

Силу тока через «черный ящик» найдем с помощью закона Ома для резистора  $R$ .

По полученным данным построим ВАХ «черного ящика» для разных полярностей его подключения. Получится график примерно следующего вида:





Характерный изгиб ВАХ и разный вид графика при различной полярности говорят о наличии диода. Ветвь для отрицательных напряжений соответствуют закрытому состоянию диода. Поскольку ток при этом течет и зависимость  $I(U)$  линейна, делаем вывод о том, что параллельно диоду присоединён резистор. Правая ветвь ВАХ после открытия диода идет не слишком круто вверх, что свидетельствует о наличие резистора, соединенного последовательно со диодом.

Обратные наклоны прямых:

$$r_1 = 4,5 \text{ кОм}$$

$$r_2 = 0,55 \text{ кОм}$$

Возможные варианты схем.

Схема 1.

При  $U < 0$  (участок  $AO$ ) ток через диод не идёт, поэтому общее сопротивление цепи  $R_{\text{общ}} = R_1 + R_2$  можно найти из закона Ома.

При  $U > 0$  на участке  $BC$  отношение  $\frac{\Delta U}{\Delta I} = R_2$ . Отсюда  $R_1 = R_{\text{общ}} - R_2$ .

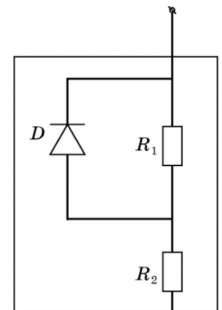
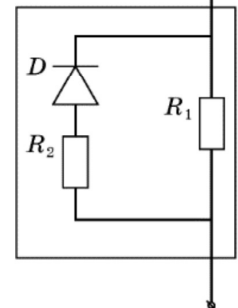


Схема 2.

При  $U < 0$  (участок  $AO$ ) ток через диод не идёт, поэтому сопротивление  $R_1$  можно найти из закона Ома.

При  $U > 0$  на участке  $BC$  отношение  $\frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

Отсюда  $R_2 = \frac{R_1 R_{12}}{R_1 - R_{12}}$ .



Сопротивления:

	Модель 1	Модель 2
$R_1$ , кОм	3,95	4,5
$R_2$ , кОм	0,55	0,63

Критерии оценивания:

№	Содержание критерия	Баллы
1.	Идея регулирования напряжения (потенциометр)	<b>1</b>
2.	Идея использования вольтметра в качестве амперметра	<b>1</b>
3.	Приведена схема электрической цепи	<b>1</b>
4.	Выполнены измерения для ВАХ при одной полярности подключения «серого ящика»	<b>2</b>
	Не менее 10 измерений	2
	От 7 до 9 измерений	1
	От 5 до 6 измерений	0,5
5.	Выполнены измерения для ВАХ при другой полярности подключения «серого ящика»	<b>2</b>
	Не менее 10 измерений	2
	От 7 до 9 измерений	1
	От 5 до 6 измерений	0,5
6.	Построен график для одной полярности	<b>1</b>
	Подписаны оси	0,25
	Грамотно выбран масштаб по осям	0,25
	Нанесены точки	0,25
	Проведена гладкая кривая	0,25
7.	Построен график для другой полярности	<b>1</b>
	Подписаны оси	0,25
	Грамотно выбран масштаб по осям	0,25
	Нанесены точки	0,25
	Проведена гладкая кривая	0,25
8.	Указано, что внутри «серого ящика» есть диод	<b>1</b>
9.	Указано, что внутри «серого ящика» есть два резистора	<b>1</b>
10.	Приведена одна из двух возможных схем соединения элементов в «сером ящике»	<b>2</b>
11.	Определено значение резистора $R_1$	<b>1</b>
12.	Определено значение резистора $R_2$	<b>1</b>

**Итого: 15 баллов**