

7 класс

1. (7 баллов) Числитель и знаменатель дроби — положительные числа. Числитель увеличили на 1, а знаменатель — на 100. Может ли полученная дробь оказаться больше исходной?

Ответ: да.

Решение. Например, $\frac{1}{200} < \frac{2}{300}$. Есть и много других примеров.

Критерии. Любой правильный пример: 7 баллов.

Ответ без примера или неправильный ответ: 0 баллов.

2. (7 баллов) Ребятам дали задания перевести скорость черепахи из сантиметров в секунду в метры в минуту. Маша получила ответ 25 м/мин, но при этом считала, что в метре 60 см, а в минуте 100 секунд. Помогите Маше найти правильный ответ.

Ответ: 9 м/мин.

Решение. Черепаха за одну Машину «минуту» преодолевает расстояние в 25 Машинных «метров», то есть за 100 секунд проползает $25 \cdot 60$ сантиметров. Тогда скорость черепахи равна $\frac{25 \cdot 60}{100} = 15$ см/сек. Значит, за 60 секунд черепаха проползет $15 \cdot 60$ сантиметров, то есть $\frac{15 \cdot 60}{100} = 9$ метров.

Критерии. Любое правильное решение: 7 баллов.

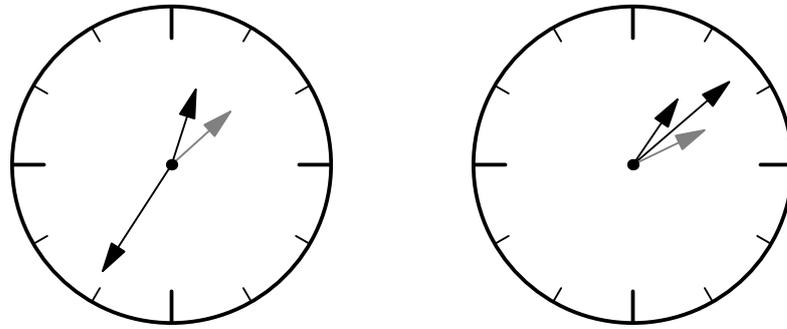
Правильно найдена скорость в сантиметрах в секунду, а последующая часть не сделана или сделана с ошибкой: 3 балла.

Только ответ без решения: 1 балл.

3. (7 баллов) В некоторый момент времени Аня измерила угол между часовой и минутной стрелками своих часов. Ровно через один час она снова измерила угол между стрелками. Угол оказался таким же. Каким мог быть этот угол? (Разберите все случаи.)

Ответ: 15° либо 165° .

Решение. Через 1 час минутная стрелка остается на своем месте. При этом часовая стрелка повернулась на 30° . Раз угол не изменился, то минутная стрелка делит пополам один из углов между положениями часовой стрелки (либо тот, который 30° , либо дополнительный угол в 330°).



Значит, либо часовая стрелка была на 15° раньше, либо на 165° позже.

Критерии. Любое правильное решение: 7 баллов.

Даны оба правильных ответа без обоснования или с неверным обоснованием: 3 балла.

Дан один из правильных ответов: 1 балл.

4. (7 баллов) Два пешехода вышли на рассвете. Каждый шёл с постоянной скоростью. Один шёл из A в B , другой — из B в A . Они встретились в полдень (т.е. ровно в 12 часов) и, не прекращая движения, пришли: один — в B в 4 часа вечера, а другой — в A в 9 часов вечера. В котором часу в тот день был рассвет?

Ответ: в 6 утра.

Решение. Точку встречи обозначим за C . Пусть от рассвета до полудня прошло x часов.

Скорость первого пешехода на участке AC равна AC/x , на участке BC равна $BC/4$. Его скорость постоянна, и значит $\frac{AC}{x} = \frac{BC}{4}$, что можно переписать в виде $\frac{AC}{BC} = \frac{x}{4}$.

Аналогично для второго пешехода: равенство скоростей на участках BC , AC выльется в соотношение $\frac{BC}{x} = \frac{AC}{9}$, которое мы перепишем в форме $\frac{AC}{BC} = \frac{9}{x}$.

Получаем, что $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$, и по свойству пропорции $x^2 = 36$, $x = 6$. Рассвет был на 6 часов раньше полудня, т.е. в 6 утра.

Критерии. Любое правильное решение: 7 баллов.

Правильно найден промежуток времени от рассвета до встречи, но время рассвета не найдено или найдено с ошибкой: 5 баллов.

Только ответ без решения: 1 балл.

5. (7 баллов) Определите, в каком количестве точек пересекаются 10 прямых, если среди них есть только две параллельные и ровно три из этих прямых пересекаются в одной точке.

Ответ: 42.

Решение. Пронумеруем прямые так, чтобы именно прямые 1, 2 и 3 пересекались в одной точке (эту точку обозначим за X). Выпишем всевозможные пары прямых (1 и 2, 1 и 3, 1 и 4, ..., 8 и 9, 8 и 10, 9 и 10) и их точки пересечения. Всего пар прямых 45 (пар вида 1 и ℓ ровно 9, пар вида 2 и ℓ ровно 8 и так далее; $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$). По условию ровно две прямые параллельны. Значит, всего будет выписано 44 точки пересечения. При этом все точки пересечения прямых кроме X будут выписаны ровно по одному разу, а точка X появится трижды: для пар прямых 1 и 2, 1 и 3, 2 и 3. Сотрем из списка точек пересечения две лишние буквы X . Останутся ровно 42 точки, и на этот раз все точки пересечения будут посчитаны ровно по одному разу.

Критерии. Любое правильное решение: 7 баллов.

Правильно посчитано число пар прямых и при этом дан правильный ответ: 2 балла.

Рассмотрены лишь частные случаи или приведен правильный ответ без объяснения: 1 балл.