

7 класс

7.1. Числитель и знаменатель положительной дроби – натуральные числа. Если числитель увеличить на 3, а знаменатель – на 2, то значение дроби уменьшится. Приведите пример и покажите, как такое могло произойти.

Ответ: например, $\frac{8}{3}$.

Решение. $\frac{8+3}{3+2} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} < 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$.

Существуют и другие примеры: условию задачи удовлетворяет любая дробь, которая больше чем $\frac{3}{2}$.

Критерии проверки.

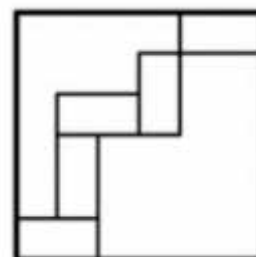
«+» Приведен верный пример и показано, что он удовлетворяет условию

«±» Приведен только верный пример

«∓» Приведено несколько примеров, среди которых есть как верные, так и неверные

«–» Приведен только неверный пример или пример отсутствует

7.2. Пять равных прямоугольников помещены в квадрат со стороной 18 см так, как показано на рисунке. Найдите длины сторон прямоугольника.



Ответ: 3 см и 6 см.

Решение. Первый способ («арифметический»). Рассмотрим вертикальную сторону квадрата. В нее укладываются две большие стороны прямоугольника и две меньшие. Теперь рассмотрим горизонтальную сторону квадрата. В нее укладываются две большие стороны прямоугольника и одна меньшая, а также отрезок, равный разности этих сторон. Так как стороны квадрата равны, то меньшая сторона прямоугольника равна разности между большей и меньшей. Значит, большая сторона в два раза длиннее меньшей. Следовательно, шесть длин меньшей стороны составляют 18 см. Значит, длина меньшей стороны – 3 см, а большей – 6 см..

Второй способ («алгебраический»). Пусть длина большей стороны прямоугольника равна x см, а длина меньшей – y см. Тогда длина горизонтальной стороны квадрата составляет $x + (x - y) + y + x$ (см). По условию эта сумма равна 18 см. Из уравнения $x + (x - y) + y + x = 18$ получим: $3x = 18$; $x = 6$.

Аналогично составим уравнение, рассмотрев длину вертикальной стороны: $y + x + x + y = 18$. Тогда $2x + 2y = 18$; $x + y = 9$. Так как $x = 6$, то $y = 3$.

Критерии проверки.

«+» Приведено полное обоснованное решение

«±» Приведено верное в целом рассуждение, но допущена вычислительная ошибка

«∓» Приведен только верный ответ

«–» Задача не решена или решена неверно

7.3. Имеется 30 бревен, длины которых 3 или 4 метра, а их суммарная длина равна ста метрам. Каким количеством распилов можно распилить все эти бревна на куски длиной 1 метр? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно).

Ответ: 70.

Решение. Первый способ Суммарная длина бревен равна 100 метров. Если бы это было одно бревно, то понадобилось бы 99 распилов. Так как это 30 бревен, то 29 распилов уже сделано. Значит, осталось сделать еще $99 - 29 = 70$ распилов.

Второй способ Найдем количество бревен каждого вида. Если бы все были трёхметровые, то их суммарная длина была бы равна 90 метров. А так как она равна 100 метров, то всего есть 10 бревен по 4 метра и 20 бревен по 3 метра. Для каждого бревна

длиной 4 метра потребуется три распила, а для каждого бревна длиной 3 метра – два распила. Итого: $10 \times 3 + 20 \times 2 = 70$ распилов.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведено верное в целом рассуждение, но допущена вычислительная ошибка*

«∓» *Приведен только верный ответ или верный ответ, полученный на конкретном примере*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

7.4. Четыре седьмых класса поехали на экскурсию. Когда 7А и 7Б пошли в музей, а 7В и 7Г – обедать в кафе, Марья Ивановна подсчитала, что в музее на 15 семиклассников больше, чем в кафе. А когда вечером 7А и 7В пошли в парк, а 7Б и 7Г – в театр, Марья Ивановна насчитала в парке на 8 семиклассников меньше, чем в театре. Умеет ли Марья Ивановна считать?

Ответ: нет.

Решение. Пусть в кафе пошли k школьников, тогда в музее было $k + 15$ школьников. Значит, всего семиклассников $k + (k + 15) = 2k + 15$.

Если в парк пошли p семиклассников, то в театр отправились $p + 8$ семиклассников, а всего их $p + (p + 8) = 2p + 8$.

При первом подсчете количество семиклассников оказалось нечетным, а при втором подсчете – четным. Полученное противоречие показывает, что Марья Ивановна считать не умеет.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности*

«∓» *Идея четности присутствует, но она не реализована или реализована с ошибками*

«-» *Приведен только ответ*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

7.5. Нарисуйте шесть лучей так, чтобы они пересекались ровно в четырех точках, по три луча в каждой точке. Отметьте начала лучей жирными точками.

Ответ: см., например, рис. 7.5.

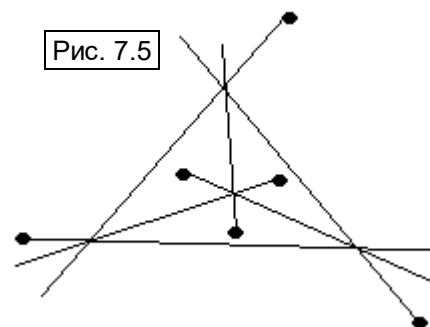
Существуют и другие примеры. В частности, какие-то лучи могут иметь общую вершину или вершина одного луча может лежать на другом.

Критерии проверки.

«+» *Приведен верный пример*

«±» *Приведено несколько примеров, среди которых есть верный*

«-» *Задача не решена или решена неверно*



7.6. Пять подружек Соня, Таня, Лена, Галя и Вика родились в пяти городах: Риге, Пензе, Казани, Белгороде и Москве. Каждая из них любит конфеты, производимые в одном из этих городов. Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Соня любит конфеты из Риги. Таня родом из Риги, у нее любимые конфеты из Пензы. Вика любит конфеты из Москвы. Галины любимые конфеты производят в Белгороде. Вика родом из Казани. Уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены. Кто из подруг родился в Москве?

Ответ: Соня

Решение. Из условия можно определить, кто какие конфеты любит:

Соня – из Риги;

Таня – из Пензы;
Вика – из Москвы;
Галя – из Белгорода; значит, Лена – из Казани.

Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Отметим в таблице это условие, а также условия, что Таня родом из Риги, а Вика родом из Казани.

Так как уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены, то Лена не из Пензы. Если Лена из Москвы, то уроженка Пензы любит конфеты, сделанные в Москве, то есть из Пензы должна быть Вика. Но Вика из Казани. Значит, Лена из Белгорода. Конфеты из Белгорода любит Галя, значит, Галя из Пензы. Тогда остается, что родом из Москвы – Соня.

	Соня	Таня	Лена	Галя	Вика
Рига	–	+	–	–	–
Пенза		–			–
Казань	–	–	–	–	+
Белгород		–		–	–
Москва		–			–

Критерии проверки.

«+» Приведено полное обоснованное решение

«±» Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности. Например, таблица заполнена верно, но пояснения отсутствуют.

«⊖» Верный ответ получен, но недостаточно обоснован. Например, не использовано условие, что уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены

«–» Задача не решена или решена неверно