

6 класс

Задача 1. Лёня умеет умножать числа на 7, Глеб — прибавлять 3, Саша — делить на 4, Андрей — вычитать 5. В каком порядке им нужно выполнять свои операции (каждую ровно 1 раз), чтобы получить из числа 8 число 30?

Ответ: $(8 : 4 + 3) \cdot 7 - 5$.

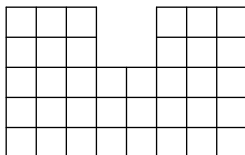
Замечание. Это единственное возможное решение.

Критерии

4 б. Приведён верный ответ.

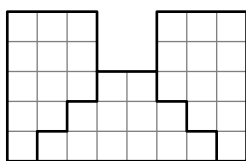
В качестве ответа достаточно выписать арифметический пример.

Задача 2. Разрежьте приведённую ниже фигуру на три части так, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат 6×6 .

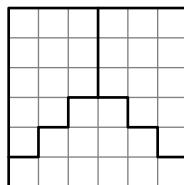


Резать можно только по линиям сетки. Части могут получиться разными.

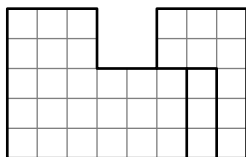
Пример:



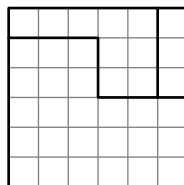
→



Возможны также примеры с переворотом некоторых частей:



→



Критерии

4 б. Приведён верный пример.

Если указано верное разрезание, но не показано, как сложить квадрат, то баллы не снимаются.

Задача 3. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды 6 жителей острова собрались вместе и каждый

сказал: «Среди остальных пятерых ровно четыре лжеца!». Сколько рыцарей могло среди них быть?

Ответ: 0 или 2.

Решение. Разберём два случая: среди собравшихся либо есть рыцарь, либо нет.

Если среди них есть хотя бы один рыцарь, то он сказал правду, и среди собравшихся четыре лжеца. Второй рыцарь при этом тоже сказал правду, а лжецы солгали, то есть такой случай возможен.

Если же рыцарей нет, то все присутствующие — лжецы, и они все солгали, то есть такой случай тоже возможен. \square

Критерии

- 1 б. Только верный ответ (оба числа) без обоснования.
- 1 б. Дан один из ответов, и пояснено, почему он подходит.
- 2 б. Даны оба ответа, и пояснено, почему они подходят.
- 4 б. Дан верный ответ, и доказано, что никакие другие ответы не подходят.

Задача 4. Маша написала на доске трёхзначное число, а Вера написала рядом такое же число, но перепутала две последние цифры местами. После этого Полина сложила полученные числа и получила четырёхзначную сумму, первые три цифры которой — 195. Какова последняя цифра этой суммы? (Ответ нужно обосновать.)

Ответ: 4.

Решение. Пусть Маша написала число $100x + 10y + z$. Тогда Вера написала число $100x + 10z + y$, и сумма этих чисел равна $200x + 11y + 11z$. При $x \leq 8$ это выражение не превышает 1798, а значит, начинаться на 195 не может. Таким образом, $x = 9$. Тогда $11(y + z)$ — трёхзначное число, начинающееся на 15. Из трёхзначных чисел, начинающихся на 15, на 11 делится только 154, значит, последняя цифра суммы — 4.

Замечание. Машей могли быть написаны числа 959, 968, 977, 986 или 995. \square

Критерии

- 1 б. Приведён верный ответ.
- 2 б. Получено, что число Маши начинается с цифры 9, но дальнейших продвижений нет.
- 2 б. Приведён пример трёхзначного числа, для которого выполнено условие задачи.
- 3 б. Получено, что число Маши начинается с цифры 9, а также приведён пример трёхзначного числа, для которого выполнено условие задачи.

4 б. Приведён верный ответ и обоснование.

Задача 5. Вася и Петя живут в горах и любят ходить друг к другу в гости. При этом в гору они поднимаются со скоростью 3 км/ч, а с горы спускаются со скоростью 6 км/ч (горизонтальных участков дороги нет). Вася посчитал, что до Пети он идёт 2 часа 30 минут, а обратно 3 часа 30 минут. Какое расстояние между домами Васи и Пети?

Ответ: 12 км.

Решение. Дорога от Пети до Васи и обратно занимает 6 часов, при этом, так как в гору идти в два раза медленнее, чем под гору, на все подъёмы ребята тратят в два раза больше времени, чем на спуски.

Таким образом, если идти от Пети до Васи и обратно, то на спуски будет потрачено 2 часа, а на подъёмы — 4 часа, то есть длина подобного маршрута равна $(6 \cdot 2 + 4 \cdot 3) = 24$ км.

Следовательно, расстояние от Пети до Васи равно 12 км. □

Критерии

- 1 б. Только верный ответ без обоснования.
- 2 б. Задача решена только для частного случая, например, если между Петей и Васей ровно один подъём и ровно один спуск.
- 4 б. Приведён верный ответ и обоснование.