

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап • 10 класс • 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

1. Корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число $p^2 + (q - 1)^2$ составное.

2. Можно ли квадрат со стороной 8 полностью покрыть двумя кругами диаметра 9?

3. Пусть n — натуральное число. Какая цифра стоит сразу после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{n^2 + n}$?

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается стороны AC в точке D . Вторая окружность проходит через точку D , касается луча BA в точке A и, кроме того, касается продолжения стороны BC за точку C . Найдите отношение $AD : DC$.

5. У царя восемь сыновей, и все дураки. Каждую ночь царь отправляет троих из них стеречь золотые яблоки от жар-птицы. Поймать жар-птицу царевичи не могут, винят в этом друг друга, и поэтому никакие двое не соглашаются пойти вместе в караул второй раз. Какое наибольшее количество ночей это может продолжаться?

6. Петя разложил карточки с числами от 1 до 10 в ряд в каком-то порядке, затем для каждой пары соседних карточек записал число $\frac{1}{x+y}$, где x и y — числа на этих карточках. Докажите, что сумма записанных Петей чисел больше, чем 0,75.

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдет в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 1 марта 2020 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>