

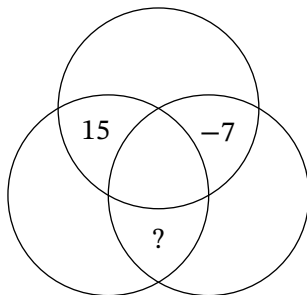
10 класс

Задача 10.1. Наименьший делитель числа, отличный от 1, будем называть *минимальным*. Наибольший делитель числа, отличный от самого числа, будем называть *максимальным*. Найдите четырёхзначное число, у которого максимальный делитель в 49 раз больше минимального. Достаточно привести пример одного такого числа.

Задача 10.2. На листе бумаги нарисованы три пересекающиеся окружности, они образуют 7 областей. Будем называть две области *соседними*, если у них есть общая граница. Области, граничащие ровно по одной точке, не являются соседними.

В две области уже вписаны числа. Впишите в оставшиеся 5 областей целые числа так, чтобы в каждой области число равнялось сумме всех чисел в соседних областях.

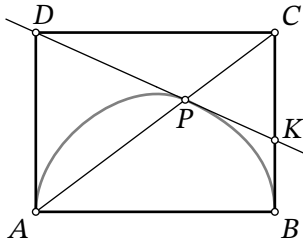
Какое число должно стоять вместо знака вопроса?



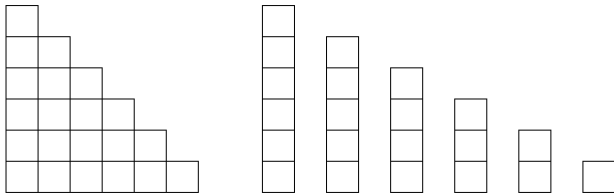
Задача 10.3. Петя и Даниил играют в следующую игру. У Пети есть 36 конфет. Он выкладывает эти конфеты в клетки квадрата 3×3 (некоторые клетки могут остаться пустыми). После этого Даниил выбирает четыре клетки, образующие квадрат 2×2 , и забирает оттуда все конфеты. Какое наибольшее количество конфет может гарантированно забрать Даниил?

Задача 10.4. Рома загадал натуральное число, сумма цифр которого делится на 8. Затем прибавил к загаданному числу 2 и снова получил число, сумма цифр которого делится на 8. Найдите наименьшее число, которое мог загадать Рома.

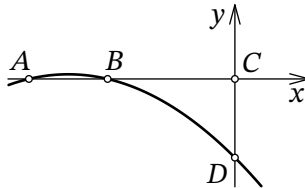
Задача 10.5. На стороне AB прямоугольника $ABCD$ как на диаметре построена окружность ω . Пусть P — вторая точка пересечения отрезка AC и окружности ω . Касательная к ω в точке P пересекает отрезок BC в точке K и проходит через точку D . Найдите AD , если известно, что $KD = 36$.



Задача 10.6. Сколько существует способов разрезать лесенку высотой 6 клеток на 5 прямоугольников и один квадрат? Лесенка, все прямоугольники и квадрат изображены ниже. При разрезании прямоугольники могут располагаться горизонтально.



Задача 10.7. Никита схематично нарисовал график трёхчлена $y = ax^2 + bx + c$. Оказалось, что $AB = CD = 1$. Рассмотрим четыре числа — a , b , c и дискриминант трёхчлена. Известно, что три из них равны в некотором порядке $1/4$, -1 , $-3/2$. Найдите, чему равно четвёртое число.



Задача 10.8. На грани ABC тетраэдра $ABCD$ отметили точку P . Точки A_1, B_1, C_1 — проекции точки P на грани BCD, ACD, ABD соответственно. Оказалось, что $PA_1 = PB_1 = PC_1$. Найдите $\angle BA_1C$, если известно, что $\angle BC_1D = 136^\circ$, $\angle CB_1D = 109^\circ$.

