

10 класс

Первый день

- 10.1. Назовём *главными делителями* составного числа n два наибольших его натуральных делителя, отличных от n . Составные натуральные числа a и b таковы, что главные делители числа a совпадают с главными делителями числа b . Докажите, что $a = b$.
- 10.2. На стороне BC остроугольного треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $BD = CE$. На дуге DE описанной окружности треугольника ADE , не содержащей точку A , нашлись такие точки P и Q , что $AB = PC$ и $AC = BQ$. Докажите, что $AP = AQ$.
- 10.3. Изначально на доске написана пара чисел $(1, 1)$. Если для некоторых x и y на доске написана одна из пар $(x, y - 1)$ и $(x + y, y + 1)$, то можно дописать другую. Аналогично, если на доске написана одна из пар (x, xy) и $(\frac{1}{x}, y)$, то можно дописать другую. Докажите, что в каждой выписанной паре первое число будет положительным.
- 10.4. Дано натуральное число $n > 4$. На плоскости отмечены n точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Василий проводит по одному все отрезки, соединяющие пары отмеченных точек. На каждом шаге, проводя очередной отрезок S , Василий помечает его наименьшим натуральным числом, которым ещё не помечен ни один отрезок, имеющий с S общий конец. Для какого наибольшего k Василий может действовать так, чтобы пометить какой-то отрезок числом k ?