

9 класс

Первый день

- 9.1. Назовём *главными делителями* составного числа n два наибольших его натуральных делителя, отличных от n . Составные натуральные числа a и b таковы, что главные делители числа a совпадают с главными делителями числа b . Докажите, что $a = b$.
- 9.2. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , внешние биссектрисы его углов B и C пересекаются в точке J . Окружность ω_b с центром в точке O_b проходит через точку B и касается прямой CI в точке I . Окружность ω_c с центром в точке O_c проходит через точку C и касается прямой BI в точке I . Отрезки O_bO_c и IJ пересекаются в точке K . Найдите отношение IK/KJ .
- 9.3. В строку выписаны 200 натуральных чисел. Среди любых двух соседних чисел строки правое либо в 9 раз больше левого, либо в 2 раза меньше левого. Может ли сумма всех этих 200 чисел равняться 24^{2022} ?
- 9.4. В классе 18 детей. Родители решили подарить детям из этого класса торт. Для этого они сначала узнали у каждого ребёнка площадь куска, который он хочет получить. После этого они заказали торт квадратной формы, площадь которого в точности равна сумме 18 названных чисел. Однако, увидев торт, дети захотели, чтобы их куски тоже были квадратными. Родители могут резать торт разрезами, параллельными сторонам торта (разрезы не обязаны начинаться или оканчиваться на стороне торта). Для какого наибольшего k родители гарантированно могут вырезать из заказанного торта k квадратных кусков, которые можно выдать k детям, чтобы каждый из них получил желаемое?