

### Задача №1. Две резинки

На горизонтальной поверхности в точке  $O$  удерживают шайбу массой  $m$ , связанную с двумя невесомыми резинками, продетыми через зафиксированные на этой поверхности гладкие колечки  $B$  и  $C$ . Другие концы резинок закреплены в точках  $A$  и  $D$ , при этом  $AB = CD = L$ ,  $BC = 2L$ ,  $BO = CO = L\sqrt{2}$

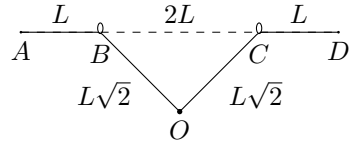


Рис. 1

(рис. 1). Длины обеих резинок в свободном состоянии равны  $L$ , а коэффициенты жёсткости  $k_{OBA} = k$ ,  $k_{OCD} = 3k$ , где  $k$  — известная величина. Коэффициент трения шайбы о поверхность равен  $\mu$ , а резинки не касаются поверхности. Ускорение свободного падения  $g$ . Шайбу отпускают.

1. Найдите максимальную скорость  $v_{max}$  шайбы в процессе дальнейшего движения.
2. Определите время  $\tau$  от момента старта до момента, когда максимальная скорость достигается.

### Задача №2. Цилиндр и клапан

В торце теплоизолированного цилиндра с поршнем установлен клапан (рис. 2), перекрывающий небольшое отверстие, который открывается и начинает пропускать воздух снаружи в цилиндр при перепаде давлений  $\Delta p = p_0/3$  ( $p_0$  — атмосферное давление). Воздух из цилиндра наружу клапан не пропускает. В начальный момент времени поршень прижат к торцу цилиндра, воздуха внутри нет.

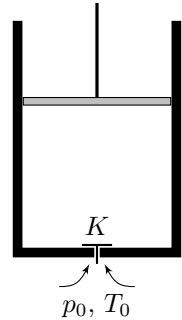


Рис. 2

В первом случае цилиндр заполняют воздухом до объема  $V_0$ , медленно перемещая поршень, после чего останавливают, а затем освобождают поршень.

1. Определите температуру воздуха в цилиндре  $T_1$  в момент остановки поршня при объеме  $V_0$ , а также после освобождения поршня и прекращения его движения  $T_2$ .

Во втором случае поршень резко перемещают в положение, при котором объем под поршнем равен  $V_0$ , так что воздух не успевает проникнуть через клапан в цилиндр. В этом положении поршень фиксируют, дожидаясь заполнения цилиндра воздухом, и так же, как в первом случае, освобождают поршень.

2. Определите и для этого случая температуру воздуха в цилиндре  $T'_1$  после остановки поршня и заполнения цилиндра воздухом, и температуру  $T'_2$  после освобождения поршня и прекращения его движения. Считайте,

что процесс заполнения цилиндра воздухом происходит квазистатически, клапан закрывается мгновенно после того, как разность давлений оказывается меньше пороговой.

Снаружи цилиндра воздух при атмосферном давлении и температуре  $T_0$ . Трением поршня о стенки, массой поршня, а также теплообменом воздуха с поршнем и стенками цилиндра можно пренебречь. Воздух можно считать двухатомным идеальным газом. После отпускания поршня клапан всё время остается закрытым.

### Задача №3. Колебания заряда

Длинная диэлектрическая тонкостенная труба радиуса  $R$ , равномерно заряженная с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ , закреплена горизонтально в поле тяжести  $g$ . К верхней точке трубы одним концом прикреплена невесомая, нерастяжимая, непроводящая нить длины  $R$ , на другом конце нити маленький заряженный шарик массы  $m$ . Знаки зарядов шарика и трубы совпадают. Шарик сначала удерживают так, что нить не натянута, а затем отпускают. Через некоторое время движение прекращается, причем нить принимает форму прямого отрезка, перпендикулярного оси цилиндра.

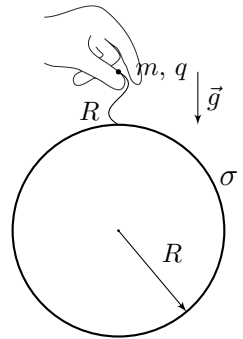


Рис. 3

1. Какие значения может принимать величина заряда шарика  $q$ ?
2. Определите величину силы натяжения нити при значениях заряда, полученных в первом пункте, и постройте график этой зависимости  $T(q)$  с указанием характерных точек и участков.
3. Пусть модуль заряда шарика  $|q|$ , причем  $|q| > 2\epsilon_0 mg/|\sigma|$ . Определите период малых гармонических колебаний шарика, происходящих в плоскости рисунка.

### Задача №4. Соленоид и виток

Полубесконечный соленоид с радиусом витков  $r$  и плотностью намотки  $n$  (число витков на единицу длины) расположен соосно круговому сверхпроводящему витку радиуса  $R$  так, что его основание находится в плоскости витка. Известно, что  $r \ll R$ . Изначально ток в витке отсутствовал. Индуктивность витка равна  $L$ . Силу тока в соленоиде медленно увеличивают от нуля до  $I$  и далее поддерживают постоянной. Провода, подводящие ток к соленоиду, расположены таким образом, что их магнитным полем и их взаимодействием с другими элементами можно пренебречь. Направим ось  $x$  так, как показано на рисунке.

1. Точки  $A$  и  $C$  расположены в плоскости витка на расстояниях  $r/3$  и  $3r$  соответственно от оси симметрии системы. Найдите проекции индукции  $B_{Ax}$  и  $B_{Cx}$  магнитного поля, создаваемого соленоидом в точках  $A$  и  $C$  соответственно.
2. Найдите силу тока  $I_B$  в витке. Укажите, как он направлен.
3. Найдите величину и направление силы магнитного взаимодействия, действующей на соленоид со стороны витка.

*Примечание:* для бесконечного соленоида поле внутри соленоида однородное, вектор магнитной индукции направлен параллельно оси и его величина определяется формулой  $B_0 = \mu_0 n I$ . Снаружи бесконечного соленоида  $\vec{B} = 0$ .

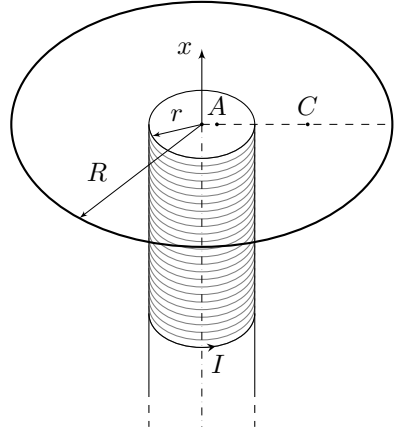


Рис. 4

### Задача №5. Нелинейный элемент и конденсатор

Рассмотрим нелинейный элемент (рис. 5) такой, что при протекании через него тока в направлении от  $A$  к  $B$  зависимость напряжения  $U_{AB}$  от силы тока  $I$  описывается формулой

$$U_{AB} = U_1 + \frac{A}{I},$$

где  $U_1 > 0$  и  $A > 0$ .

Если сила тока, текущего через элемент, равна нулю, то напряжение на нём может принимать любые значения. В противоположном направлении электрический ток протекать не может. На рисунке 6 качественно представлена ВАХ нелинейного элемента. В данной задаче рассматриваются две электрические цепи, содержащие данный нелинейный элемент.

**Часть 1.** Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке 7, состоит из источника постоянного напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением  $R$  и нелинейного элемента с известными параметрами  $U_1$  и  $A$ .

1. При каких значениях напряжения источника  $U_0$  в цепи может протекать постоянный электрический ток?



Рис. 5

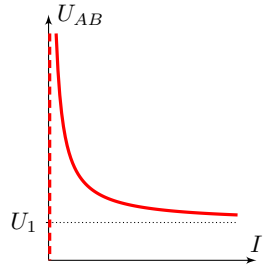


Рис. 6

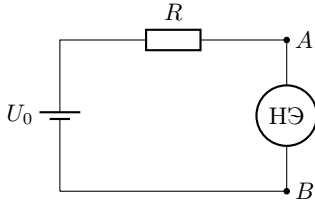


Рис. 7

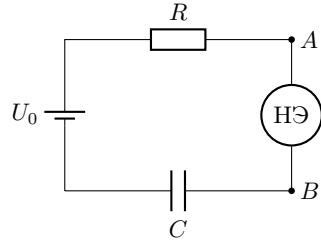


Рис. 8

**Часть 2.** Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке 8, состоит из источника постоянного напряжения  $U_0$  с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением  $R$ , конденсатора ёмкостью  $C = 10$  мФ и нелинейного элемента, для которого  $U_1 = 2$  В.

Изначально конденсатор не заряжен. Затем в результате кратковременного внешнего воздействия в цепи начинает протекать электрический ток. На рисунке 9 ниже (и на отдельном листе в увеличенном масштабе) представлен график зависимости напряжения на конденсаторе  $U_C$  от силы тока в цепи  $I$ .

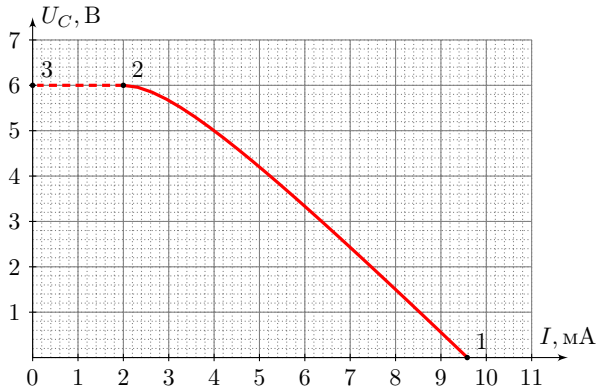


Рис. 9

Точка 1 соответствует моменту времени начала протекания тока, точка 2 — достижению максимального напряжения на конденсаторе, а пунктирная линия 23 — прекращению протекания в цепи электрического тока.

2. Найдите  $U_0$ ,  $R$  и  $A$ .
3. Найдите количество теплоты  $Q_R$ , выделившееся на резисторе за все время протекания тока в цепи.
4. Определите время  $\tau$ , в течение которого в цепи протекал ток.