

# 11 класс

## Второй день

- 11.6. У учителя есть 100 гирь массами 1 г, 2 г, ..., 100 г. Он хочет раздать Пете и Васе по 30 гирь так, чтобы выполнялось следующее условие: никакие 11 Петиних гирь не уравниваются никакими 12 Васиными гирями, а также никакие 11 Васиных гирь не уравниваются никакими 12 Петиними гирями. Сможет ли учитель это сделать?
- 11.7. График  $G_1$  квадратного трехчлена  $y = px^2 + qx + r$  с вещественными коэффициентами пересекает график  $G_2$  квадратного трехчлена  $y = x^2$  в точках  $A$  и  $B$ . Касательные в точках  $A$  и  $B$  к графику  $G_2$  пересекаются в точке  $C$ . Оказалось, что точка  $C$  лежит на графике  $G_1$ . Найдите все возможные значения  $p$ .
- 11.8. В пространстве расположены отрезки  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  с общей серединой  $M$ . Оказалось, что сфера  $\omega$ , описанная около тетраэдра  $MA_1B_1C_1$ , касается плоскости  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $MO = MD$ .
- 11.9. Правильный треугольник  $T$  со стороной 111 разбит прямыми, параллельными его сторонам, на правильные треугольники со стороной 1. Все вершины этих треугольников, кроме центра треугольника  $T$ , отмечены. Назовём множество из нескольких отмеченных точек *линейным*, если все эти точки лежат на одной прямой, параллельной стороне  $T$ . Сколько существует способов разбить все отмеченные точки на 111 линейных множеств? (Способы, отличающиеся порядком множеств, считаются одинаковыми.)
- 11.10. Дано натуральное число  $n > 100$ . Изначально на доске написано число 1. Каждую минуту Петя представляет число, записанное на доске, в виде суммы двух неравных положительных несократимых дробей, а Вася оставляет на доске только одну из этих двух дробей. Докажите, что Петя может добиться того, чтобы знаменатель оставшейся дроби через  $n$  минут не превышал  $2^n + 50$  вне зависимости от действий Васи.