

8 класс

Задача 8.1. (4 балла) Найдите наибольшее натуральное число n , при котором $(7!)!$ делится на $n!$.

Здесь $k!$ означает произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k$.

Задача 8.2. (4 балла) Саша и Маша пришли в магазин. Саша купил 3 пакета молока, 7 пачек творога и 5 йогуртов. Маша купила 2 пакета молока, 10 пачек творога и 6 йогуртов. Саша потратил на всё 980 рублей, а Маша потратила 1160 рублей. Сколько суммарно стоит один пакет молока, одна пачка творога и один йогурт?

Задача 8.3. (4 балла) Внутри трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC отметили точку O . Оказалось, что $AO = BO = CO = BC$ и $DA = DO = DC$. Сколько градусов составляет угол BAO ?

Задача 8.4. В компанию «Рожки и Лапки» устроилось некоторое количество тружеников и 310 лентяев. Каждый день на работу приходило по 50 человек, причём в конце рабочего дня 25 из них говорили: «Сегодня на работу пришло ровно 20 лентяев». Известно, что труженики всегда говорили правду, а лентяи всегда лгали. Через n дней оказалось, что каждый из лентяев сходил на работу ровно 1 раз.

(а) (2 балла) Найдите наибольшее возможное значение n .

(б) (2 балла) Найдите наименьшее возможное значение n .

Задача 8.5. У Пети есть три палочки, длины которых равны a см, b см и c см. Известно, что числа a , b и c натуральные, различные, и $ac = b^2$. Петя смог сложить из своих палочек треугольник.

(а) (2 балла) Какой наименьший периметр мог быть у этого треугольника?

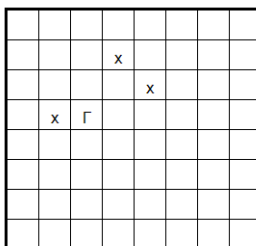
Задача 8.6. (б) (2 балла) Пусть $b = 72$. Какой периметр мог быть у этого треугольника? Укажите все варианты в любом порядке.

Задача 8.7. (4 балла) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C провели высоту CH . На гипотенузе AB отметили точки X и Y , такие что CX и CY — биссектрисы углов BCH и HCA соответственно. Найдите, чему равна длина стороны AB , если известно, что периметр треугольника ABC равен 44, а длина отрезка XU равна 6.

Задача 8.8. (4 балла) Найдите сумму цифр числа

$$3 \cdot \underbrace{33 \dots 3}_{100}^3 + 2 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{100}^2 + \underbrace{55 \dots 5}_{100}^2 + \underbrace{33 \dots 3}_{100}.$$

Задача 8.9. (4 балла) Новая шахматная фигура *гусь* может ходить либо на одну клетку влево, либо на две клетки вправо и одну вверх, либо на две клетки вверх и одну вправо. Возможные ходы гуся, стоящего в клетке Г, отмечены на рисунке крестиками. Гусь бьёт так же, как и ходит.



Несколько гусей стоят в клетках доски 8×8 так, что никакой гусь не бьёт другого гуся, при этом любая незанятая клетка бьётся хотя бы одним гусём. Сколько гусей может стоять на доске? Укажите все возможные варианты в любом порядке.