

8 класс

8.1 Зенитный спутник

Искусственный спутник движется вокруг Земли по круговой орбите, совершая один оборот за 101 минуту. Самый северный город, над которым он пролетает — это Краснодар (45° с. ш.). Какова доля поверхности Земли, где этот спутник можно наблюдать в зените?

Подсказка: площадь сегмента сферы высотой h

$$S = 2\pi R h,$$

где R — радиус сферы.

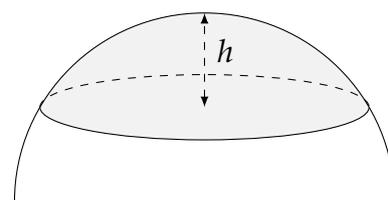


Рис. 8: Сферический сегмент

Возможное решение:

Плоскость орбиты спутника проходит через центр Земли. Это значит, что самая южная точка, над которой пролетает спутник, расположена диаметрально противоположно Краснодару, то есть на 45° ю. ш., и в целом $\varphi = 45^\circ$ есть не что иное, как наклон плоскости орбиты спутника к плоскости экватора Земли. Период обращения спутника не кратен периоду обращения Земли вокруг своей оси (звёздные сутки = 23 ч 56 мин 04 с), поэтому рано или поздно он пролетит над всеми точками поверхности Земли, заключёнными между параллелями 45° с. ш. и 45° ю. ш.

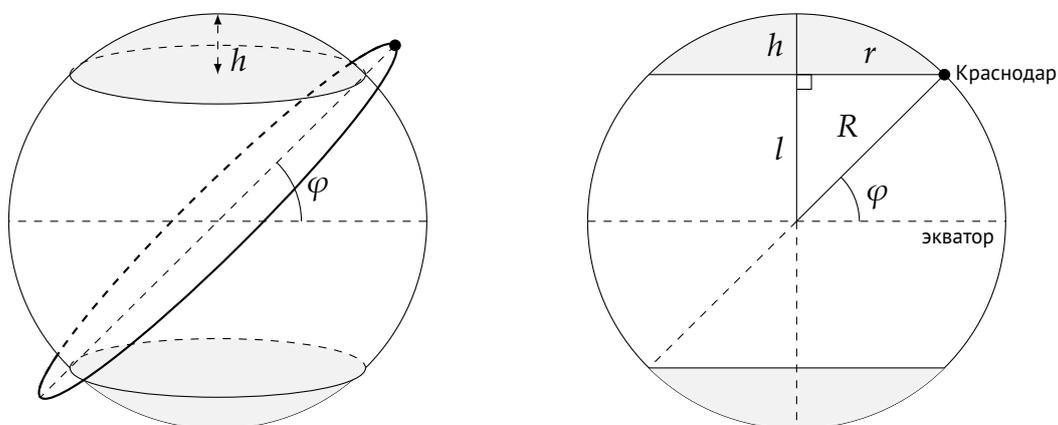


Рис. 9: К описанию геометрии задачи. Области, в которых спутник может (белый) и не может (серый) наблюдаться в зените

Оставшаяся часть поверхности Земли, где спутник не может оказаться в зените, соответствует приполярным областям и представляет собой два равных сферических сегмента (рис. 9, слева). Найдём высоты h этих сегментов.

Для удобства изобразим Землю «в разрезе». Обозначим экватор, ось вращения Земли и плоскость малого круга, соответствующего географической параллели 45° , а также проведём радиус R из центра Земли в Краснодар (рис. 9, справа). В получившемся прямоугольном треугольнике оба острых угла равны 45° , поэтому он является равнобедренным: $l = r$. По теореме Пифагора

$$r^2 + l^2 = R^2 \implies 2l^2 = R^2 \implies l = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

Полная площадь поверхности Земли $S_0 = 4\pi R^2$. Этот результат нетрудно получить, подставив в формулу для площади сферического сегмента диаметр сферы: $h = 2R$. Из рисунка следует, что высота сферического сегмента $h = R - l$, тогда суммарная площадь двух приполярных сегментов равна

$$S_p = 2 \cdot 2\pi R h = 4\pi R(R - l).$$

Тогда площадь поверхности Земли, где спутник наблюдается в зените, равна $S_0 - S_p$, а искомая доля площади есть

$$\eta = \frac{S_0 - S_p}{S_0} = 1 - \frac{4\pi R(R - l)}{4\pi R^2} = \frac{l}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx \mathbf{0.7}.$$

Отметим, что ответ не зависит от радиуса Земли.

Критерии оценивания:

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 1 | Определение диапазона подходящих широт | 2 |
| 2 | Поясняющий рисунок | 2 |
| 3 | Выражение ширины экваториального пояса (l или аналог) через радиус Земли | 3 |
| 4 | Площадь околополярных сегментов (численно или в виде формулы) | 3 |
| 5 | Площадь сферы (вычисление или использование готовой величины $4\pi R^2$) | 2 |
| 6 | Ответ <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -2 |
| Всего | | 15 |

8.2 Под покровом Луны

В начале января 2025 года произошла серия покрытий Луной планет Солнечной системы. Так, 4 января около 21 часа по московскому времени в Санкт-Петербурге наблюдалось покрытие Сатурна, а 5 января в 18 часов — покрытие Нептуна. Оцените угловое и пространственное расстояние между этими планетами в эти дни.

Возможное решение:

Планеты перемещаются относительно звёзд достаточно медленно. Можно пренебречь их движением в течение суток.

Вычислим промежуток времени, прошедший между покрытиями планет Луной:

$$(24 \text{ ч} - 21 \text{ ч}) + 18 \text{ ч} = 21 \text{ ч} = 0.875 \text{ сут.}$$

Луна совершает один оборот по небесной сфере относительно звёзд за сидерический месяц, равный 27.3 сут. За 21 час Луна проходит угловое расстояние

$$\rho = 360^\circ \times \frac{0.875 \text{ сут.}}{27.3 \text{ сут.}} \approx 11.5^\circ.$$

Это и есть оценка углового расстояния между Сатурном и Нептуном.

В реальности угловое расстояние между планетами было примерно на 1° больше. Дело в том, что орбита Луны не является строго круговой, а потому орбитальная скорость спутника не постоянна: когда Луна находится ближе к Земле, её скорость больше, и перемещение относительно звёзд также происходит быстрее. Именно такая ситуация и имела место в начале января: Луна прошла ближайшую к Земле точку своей орбиты (перигей) 7 января.

Осталось оценить пространственное расстояние между планетами. Заметим, что вычисления с большой точностью произвести в любом случае невозможно: нет достаточных данных о расположении планет на земном небе относительно Солнца, то есть мы не знаем, в каких конфигурациях относительно Земли они находятся. Сам факт наблюдения планет в тёмное время суток ещё не говорит о том, что планеты близки к противостоянию. Например, Сатурн в действительности находился всего в 60° (!) от Солнца, а его покрытие наблюдалось низко над западным горизонтом. Значит, расстояния от планет до Земли известны с точностью не лучше 1 а. е., что, впрочем, значительно меньше радиусов орбит Сатурна и (тем более) Нептуна.

Учитывая, что угловое расстояние между планетами невелико, можем им пренебречь и считать, что планеты находятся примерно на одной прямой по одну сторону от Солнца, а расстояние между ними примерно равно разности радиусов их орбит, то есть $30 \text{ а. е.} - 9.5 \text{ а. е.} \approx 20 \text{ а. е.}$

Более строгое формально решение треугольника (например, с помощью теоремы косинусов) не является ошибкой, но фактически не имеет смысла, поскольку не улучшает точность ответа.

Критерии оценивания:

| | | |
|--------------|--|---------------|
| 1 | Вычисление времени между покрытиями <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -1 |
| 2 | Вычисление угловой скорости Луны <i>Использование синодического месяца вместо сидерического</i> <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -2 -1 |
| 3 | Значение углового расстояния <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -1 |
| 4 | Вычисление пространственного расстояния: решение треугольника или обоснованное вычисление разности радиусов <i>Указание разности радиусов без обоснования</i> | 3 -1 |
| 5 | Ответ с погрешностью не более 2 а. е. | 3 |
| Всего | | 15 |

8.3 Расширение сфер

Старая звезда в некоторый момент $t_0 = 0$ сбросила сферически симметричную оболочку. Спустя малое время t_1 внешний радиус оболочки был равен 0.10 а. е., а внутренний — 0.09 а. е. По мере расширения оболочки, в момент времени t_2 её внешний радиус увеличился до 0.43 а. е., а внутренний — до 0.40 а. е..

- Во сколько раз уменьшилась средняя плотность вещества оболочки от момента t_1 до момента t_2 ?
- Какова была средняя плотность оболочки в момент времени t_2 , если сброшенная масса составляла 0.05 массы Солнца? Выразите ответ в $\text{кг}/\text{м}^3$.

Возможное решение:

Поскольку оболочка симметрична, её внутренняя и внешняя поверхности сохраняют сферическую форму. Масса, заключённая внутри оболочки, постоянна. Следовательно, снижение плотности связано только с изменением объёма оболочки.

Объём оболочки можно вычислить либо как разность объёмов шаров с радиусами, равными радиусам внутренней и внешней поверхности оболочки, либо как объём слоя малой толщины: можно заметить, что расстояние между поверхностями оболочки

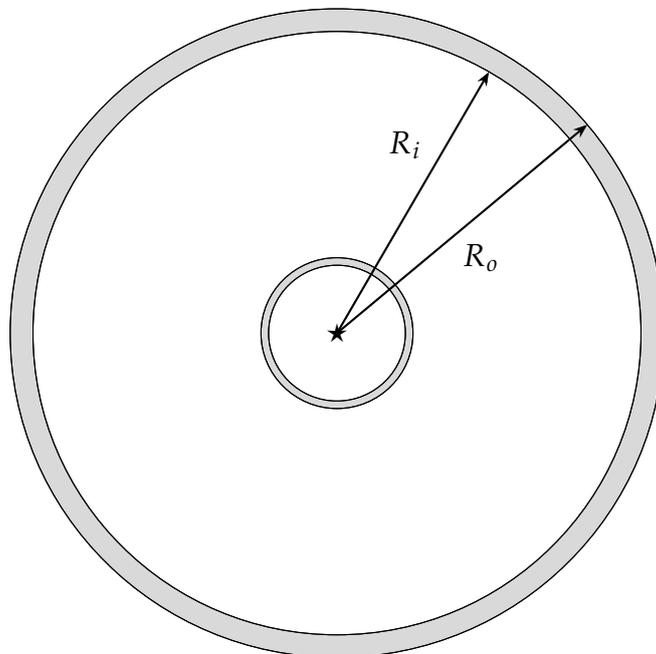


Рис. 10: Расширяющаяся оболочка звезды в моменты времени t_1 и t_2 , соотношение размеров сохранено. На примере момента t_2 отмечены внутренний (R_i) и внешний (R_o) радиусы оболочки

$R_o - R_i$ малó по сравнению с их радиусами. Если обозначить внутренний радиус как R_i , а внешний — как R_o (рис. 10), выразить объём оболочки возможно в виде

$$V = \frac{4}{3}\pi R_o^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3 = \frac{4}{3}\pi (R_o^3 - R_i^3) \quad \text{или} \quad V \approx 4\pi R^2 h = 4\pi R^2 (R_o - R_i),$$

где $R \in [R_i; R_o]$ — радиус оболочки. Убедиться в справедливости второй формулы нетрудно: распишем разность кубов по формуле сокращённого умножения и воспользуемся малым различием между R_o и R_i по сравнению с самими величинами радиусов, заменив во второй скобке радиусы их средним значением:

$$R_o^3 - R_i^3 = (R_o - R_i) \cdot (R_o^2 + R_o R_i + R_i^2) \approx (R_o - R_i) \cdot (R^2 + R^2 + R^2) = 3R^2 (R_o - R_i).$$

Домножив полученное выражение на $\frac{4}{3}\pi$ и заменив разность радиусов на h , получим приближенное выражение для объёма $V = 4\pi R^2 h$.

Объём оболочки в момент t_1 :

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi (0.10^3 - 0.09^3) \approx 1.14 \cdot 10^{-3} \text{ (а. е.}^3\text{)};$$

объём оболочки в момент t_2 :

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi (0.43^3 - 0.40^3) = 6.50 \cdot 10^{-2} \text{ (а. е.}^3\text{)}.$$

а) Масса оболочки \mathfrak{M} сохраняется, что позволяет найти, во сколько раз уменьшилась плотность:

$$\mathfrak{M} = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad \implies \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1} \approx 57.$$

б) Объём оболочки в момент t_2 вычислен, её полная масса известна, следовательно, возможно рассчитать плотность. При этом требуется перевести объём в кубические метры, а массу — в килограммы.

$$\mathfrak{M} = 0.05 \mathfrak{M}_\odot = 0.05 \times 2.0 \cdot 10^{30} \text{ кг} = 1.0 \cdot 10^{29} \text{ кг}.$$

Для перевода объёма в кубические метры выразим 1 а. е.³ в кубических метрах:

$$1 \text{ а. е.}^3 = \left(1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}\right)^3 = 3.35 \cdot 10^{33} \text{ м}^3,$$

тогда объём оболочки после расширения составляет

$$V_2 = 6.50 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.}^3 \times 3.35 \cdot 10^{33} (\text{м/а. е.})^3 = 2.2 \cdot 10^{32} \text{ м}^3.$$

Окончательно

$$\rho_2 = \frac{M}{V_2} = \frac{1.0 \cdot 10^{29} \text{ кг}}{2.2 \cdot 10^{32} \text{ м}^3} = 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3.$$

По космическим меркам, для околозвёздной среды это довольно большая плотность.

Критерии оценивания:

| | | |
|--------------|--|---------------|
| а1 | Утверждение об обратной пропорциональности плотности и объёма: указание формулы или краткое рассуждение | 1 |
| а2 | Запись выражения для объёма оболочки как разности объёмов двух шаров или как объёма шарового слоя малой толщины <i>Неверный коэффициент, если приводится равенство</i> <i>Неверный показатель степени радиуса</i> | 4 -1 -2 |
| а3 | Вычисление объёмов оболочек (в любых физически верных единицах) исходя из полученного участником выражения для объёма оболочки <i>Арифметическая ошибка</i> | 1 × 2 -1 |
| а4 | Вычисление отношения плотностей с учётом полученных выше оценок объёмов оболочек <i>Арифметическая ошибка</i> <i>Плотность увеличилась, а не уменьшилась</i> | 2 -1 -2 |
| б1 | Верный перевод массы оболочки в килограммы (отдельное действие или подстановка чисел в итоговую формулу) | 1 |
| б2 | Вычисление объёма оболочки в кубических метрах (действие могло быть выполнено в первом пункте задачи) <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -1 |
| б3 | Вычисление плотности оболочки исходя из полученных участником значений , допустима погрешность 25 % <i>Арифметическая ошибка</i> <i>Отсутствие единиц измерения в ответе</i> | 2 -1 -1 |
| Всего | | 15 |

8.4 Знак отличия

В советские времена лётчикам, налетавшим 1 миллион километров, выдавали специальный значок. А кто быстрее «накрутит» это расстояние: космонавты на Международной космической станции или космонавты на Луне? Вычислите время, которое понадобится каждой группе космонавтов, чтобы заслужить эту награду. Известно, что МКС летает на высоте 420 км над поверхностью Земли и совершает 1 оборот за 90 минут.

Возможное решение:

Известно, что чем планета ближе к Солнцу, тем быстрее она движется; это справедливо во всех подобных случаях, связанных с движением вокруг одной и той же гравитирующей массы. Поэтому на вопрос «Кто быстрее?» можно ответить сразу: конечно, космонавты на МКС, так как станция находится ближе к Земле, чем Луна, а обращаются МКС и Луна вокруг Земли.

Вычислим скорости Луны и МКС, считая, что они движутся вокруг Земли равномерно по круговым орбитам. Длина орбиты связана с её радиусом соотношением $l = 2\pi r$, а скорость v определяется исходя из длины орбиты и периода обращения T :

$$v = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}.$$

Радиус орбиты МКС $r_{\text{МКС}} = R_{\oplus} + h$, где $h = 420$ км — высота орбиты над поверхностью Земли; период обращения указан в условии. Радиус орбиты Луны r_{ζ} и период обращения вокруг Земли (сидерический месяц $T_{\zeta} = 27.3$ сут.) приведены в справочных данных.

Итак,

$$v_{\zeta} = \frac{2\pi r_{\zeta}}{T_{\zeta}} = \frac{2 \times 3.14 \times 0.0026 \text{ а. е.} \times 1.496 \cdot 10^8 \text{ км/а. е.}}{27.3 \text{ сут.}} \approx 8.95 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{сут.}} \approx 1.0 \frac{\text{км}}{\text{с}};$$

$$v_{\text{МКС}} = \frac{2\pi(R_{\oplus} + h)}{T_{\text{МКС}}} = \frac{2 \times 3.14 \cdot (6371 + 420) \text{ км}}{90/(60 \times 24) \text{ сут.}} \approx 6.82 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{сут.}} \approx 7.9 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Можно заметить, что скорость МКС фактически равна первой космической скорости, так как высота орбиты над поверхностью Земли мала по сравнению с радиусом планеты.

Соответствующее время, необходимое для преодоления 1 миллиона километров, равно

$$\tau_{\zeta} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{8.95 \cdot 10^4 \text{ км/сут.}} \approx \mathbf{11 \text{ сут.};}$$

$$\tau_{\text{МКС}} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{6.83 \cdot 10^5 \text{ км/сут.}} \approx \mathbf{1.5 \text{ сут.}}$$

Расчёты подтвердили, что **на МКС километры «накручиваются» быстрее.**

Альтернативное решение:

Заметим, что вычисление скоростей в явном виде не является обязательным для решения задачи. Можно оценить количество оборотов по орбите, соответствующее $s = 1$ млн километров, и рассчитать время, за которое это число оборотов будет совершено. За один оборот по орбите космонавты преодолевают расстояние $l = 2\pi r$, тогда необходимое количество оборотов составит

$$N = \frac{s}{l} = \frac{s}{2\pi r}.$$

С учётом известного периода обращения T по орбите получим оценку необходимого времени

$$\tau = N \cdot T = \frac{s}{2\pi r} \cdot T.$$

Итого,

$$\tau_{\zeta} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{2 \times 3.14 \times 0.0026 \text{ а. е.} \times 1.496 \cdot 10^8 \text{ км/а. е.}} \times 27.3 \text{ сут.} \approx \mathbf{11 \text{ сут.};}$$

$$\tau_{\text{МКС}} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{2 \times 3.14 \times (6371 + 420) \text{ км}} \times 90 / (60 \times 24) \text{ сут.} \approx \mathbf{1.5 \text{ сут.}}$$

В заключение отметим, что на самом деле цель в 1 миллион километров будет достигнута ещё быстрее, ведь и до МКС, и до Луны ещё тоже нужно было долететь.

Критерии оценивания:

| | | |
|--------------|---|-------------------|
| 1 | Вычисление скорости (или количества оборотов) Луны: выражение + ответ <i>Использование синодического месяца вместо сидерического</i> <i>Арифметическая ошибка</i> | 2 + 1 -1 -1 |
| 2 | Вычисление скорости (или количества оборотов) МКС: выражение + ответ. <i>Допустимо использование первой космической скорости как известного факта, оценивается полным баллом</i> <i>Перепутаны радиус и высота орбиты</i> <i>Арифметическая ошибка</i> | 2 + 1 -3 -1 |
| 3 | Вычисление времени для космонавтов на Луне <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -1 |
| 4 | Вычисление времени для космонавтов на МКС <i>Арифметическая ошибка</i> | 3 -1 |
| 5 | Вывод, какие космонавты быстрее «накрутят» 1 миллион км (качественно или на основе сделанных вычислений) | 3 |
| Всего | | 15 |

8.5 Загадочные дни

Ниже представлена диаграмма (рис. 11), иллюстрирующая изменение продолжительности дня в течение года в некотором городе. Белая область соответствует дневному времени, остальные — различным типам сумерек и ночи (самая тёмная область).

- Определите минимальную и максимальную продолжительность дня в этом городе.
- Оцените географическую широту города.

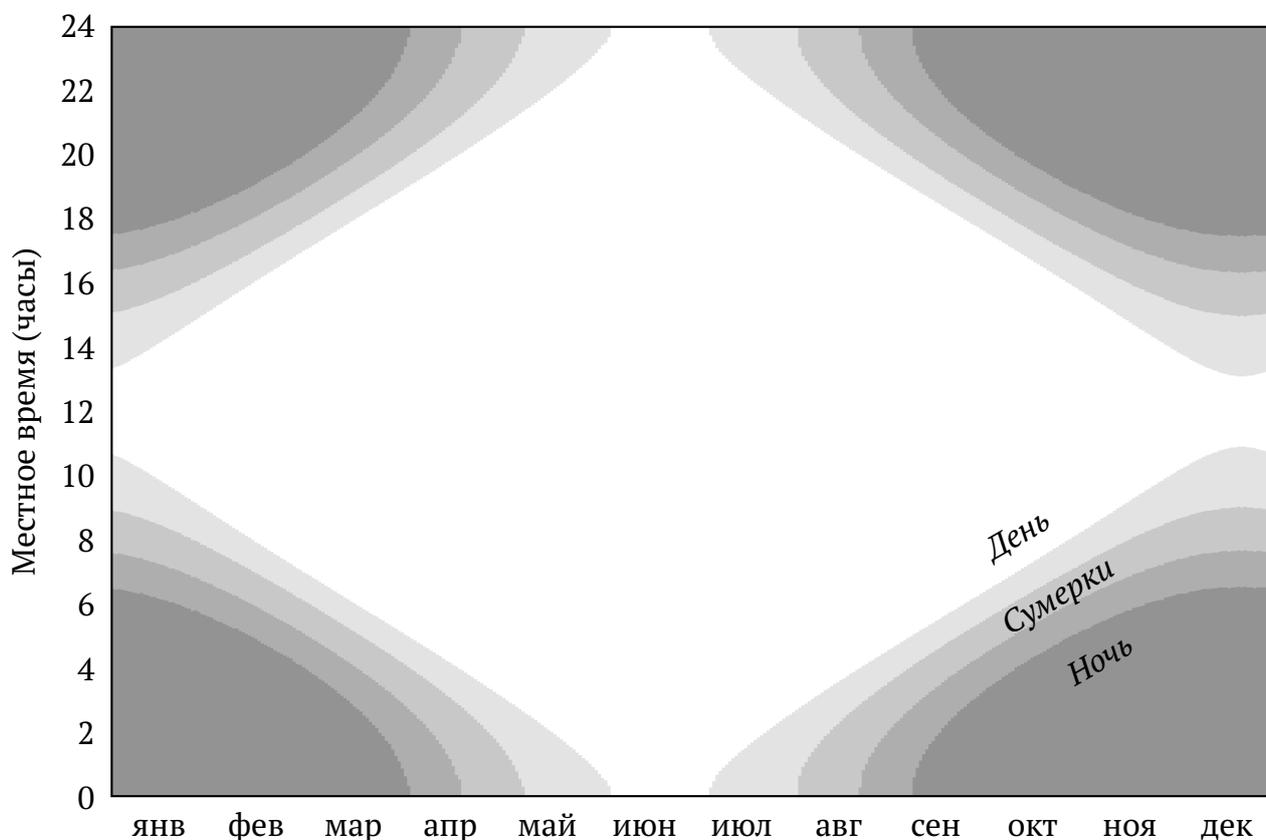


Рис. 11: Диаграмма дня и ночи

Возможное решение:

а) Для решения этой задачи воспользуемся линейкой. Пусть размер диаграммы по горизонтальной оси (оси дат) равен X см, по вертикальной оси (оси времени) — Y см. Таким образом, X см соответствуют 1 году, а Y см — 24 часам.

Минимальная продолжительность дня достигается в декабре. Измеряем y — наименьшую длину вертикального отрезка, соответствующего дневному времени (рис. 12).

Теперь, используя конкретные измеренные значения y и Y , вычисляем минимальную продолжительность дня:

$$\tau_{\min} = 24 \text{ ч} \times \frac{y}{Y} \approx \mathbf{2.2 \text{ ч.}}$$

Теперь определим максимальную продолжительность дня. Как видно из диаграммы, в июне есть некоторый период, когда ни ночь, ни сумерки вообще не наступают, а Солнце круглосуточно находится выше горизонта. Такое явление называется полярным днём. Чтобы определить его продолжительность, измерим x — горизонтальную ширину «окна», соответствующего полярному дню. Используя полученные в результате измерений значения x и X , вычисляем максимальную продолжительность дня:

$$\tau_{\max} = 365 \text{ сут.} \times \frac{x}{X} \approx \mathbf{31 \text{ сут.}}$$

Погрешности полученных величин зависят от цены деления линейки и масштаба изображения. При цене деления линейки в 1 мм и печати заданий на листе формата А4 погрешность определения минимальной продолжительности дня составит около ± 0.25 часов, максимальной — ± 2.5 суток.

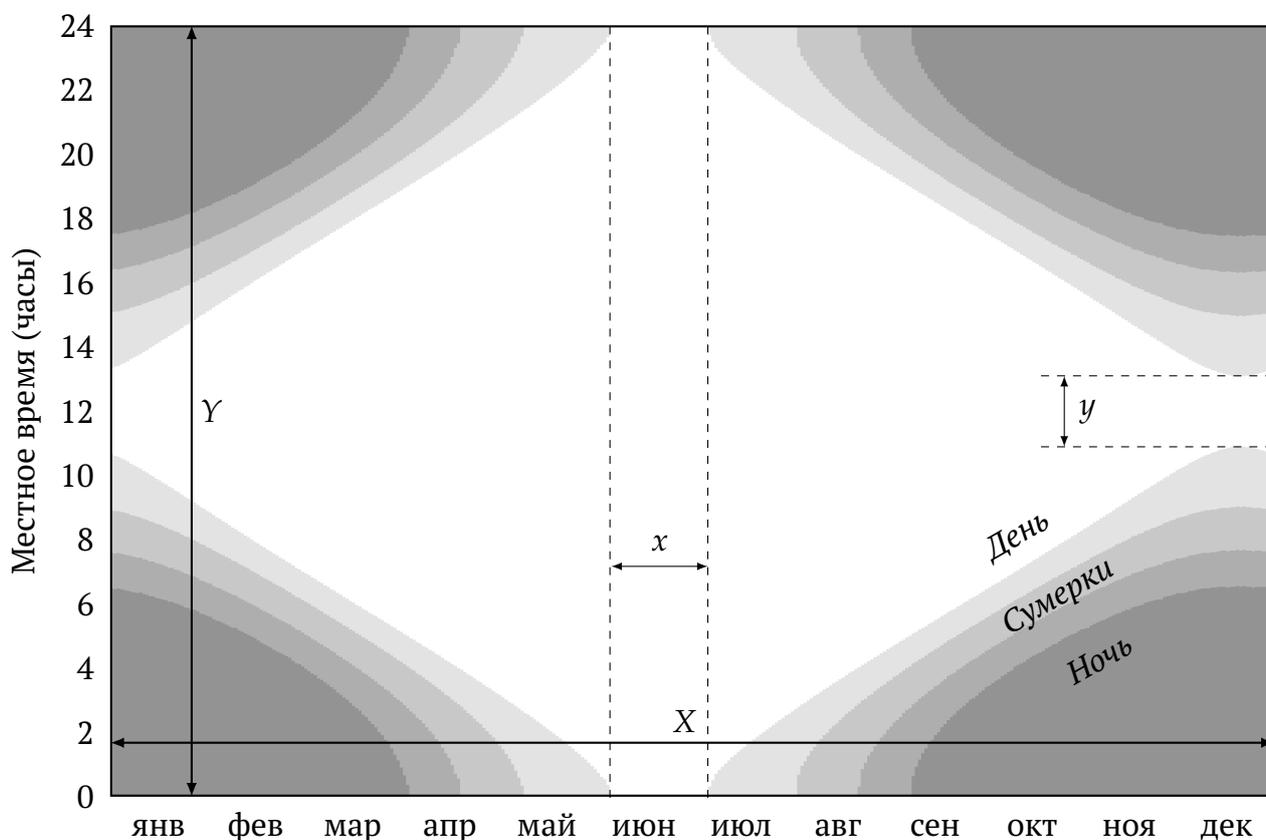


Рис. 12: Измерения на диаграмме дня и ночи

б) Теперь определим географическую широту места наблюдения. Город находится в Северном полушарии Земли: минимальная продолжительность дня достигается в декабре, а максимальная — в июне (в Южном полушарии было бы наоборот).

Обратим внимание, что в городе бывает полярный день, но не бывает полярной ночи. Это может показаться странным, ведь и эклиптика, и небесный экватор — это большие круги небесной сферы, при пересечении они делят друг друга пополам. И действительно, день и ночь (включая сумерки) в течение года были бы абсолютно симметричными, если бы Солнце было точечным источником, а у Земли не было атмосферы. Но в реальности Солнце имеет заметный угловой размер (0.5°), а атмосфере Земли происходит рефракция: путь лучей искривляется, и видимое положение светил над горизонтом оказывается выше истинного (у горизонта этот эффект составляет около $35'$ — чуть больше углового размера Солнца). Оба этих фактора увеличивают продолжительность дня — промежутка времени, когда хотя бы часть диска Солнца видна над горизонтом. В частности, в дни равноденствий, вопреки названию, продолжительность дня несколько больше 12 часов.

Существование полярного дня при отсутствии полярной ночи означает, что город расположен прямо на полярном круге (если точнее, то указанное условие выполняется в полосе шириной $\pm 0.85^\circ$ к северу и к югу от полярного круга). В более близких к полюсу областях Солнце зимой опускается глубже под горизонт, и величины рассмотренных эффектов будет уже недостаточно, чтоб помешать наступлению полярной ночи.

Значит, город находится примерно на 66.5° с. ш. Это Салехард.

Критерии оценивания:

| | | |
|--------------|---|-----------|
| a1 | Минимальная продолжительность дня: измерения + вычисления (пропорция) + ответ (допустимая погрешность ± 0.3 часа) | 2+2+2 |
| | <i>Погрешность в пределах $\pm(0.3 - 0.5)$ часа</i> | -1 |
| | <i>Погрешность выше ± 0.5 часа</i> | -3 |
| a2 | Максимальная продолжительность дня: измерения + вычисления (пропорция) + ответ (допустимая погрешность ± 3 сут.) | 2+2+2 |
| | <i>Погрешность в пределах $\pm(3 \div 5)$ сут.</i> | -1 |
| | <i>Погрешность выше ± 5 сут.</i> | -3 |
| | <i>Ответ «24 часа»</i> | 2 |
| б1 | Определение полушария | 2 |
| б2 | Обоснование расположения города (отсутствие полярных ночей) | 3 |
| б3 | Ответ с численным значением широты | 3 |
| | <i>Ответ «Северный полярный круг» без указания численного значения широты</i> | -2 |
| Всего | | 20 |

8.6 Щели Кирквуда

В Главном поясе астероидов существуют так называемые «щели Кирквуда» — области, где астероидов практически нет. Их появление связано с воздействием гравитации Юпитера: если периоды обращения Юпитера и астероида вокруг Солнца соотносятся как небольшие целые числа (например, $5 : 2$, $7 : 3$, $2 : 1$), такая орбита нестабильна.

Определите аналогичное соотношение периодов для одной из самых заметных «щелей», обозначенной буквой *A* на рисунке 13.

Подсказка. Известно, что период обращения тела вокруг Солнца T связан с радиусом орбиты r соотношением

$$T^2 = kr^3,$$

где k — некоторая константа.

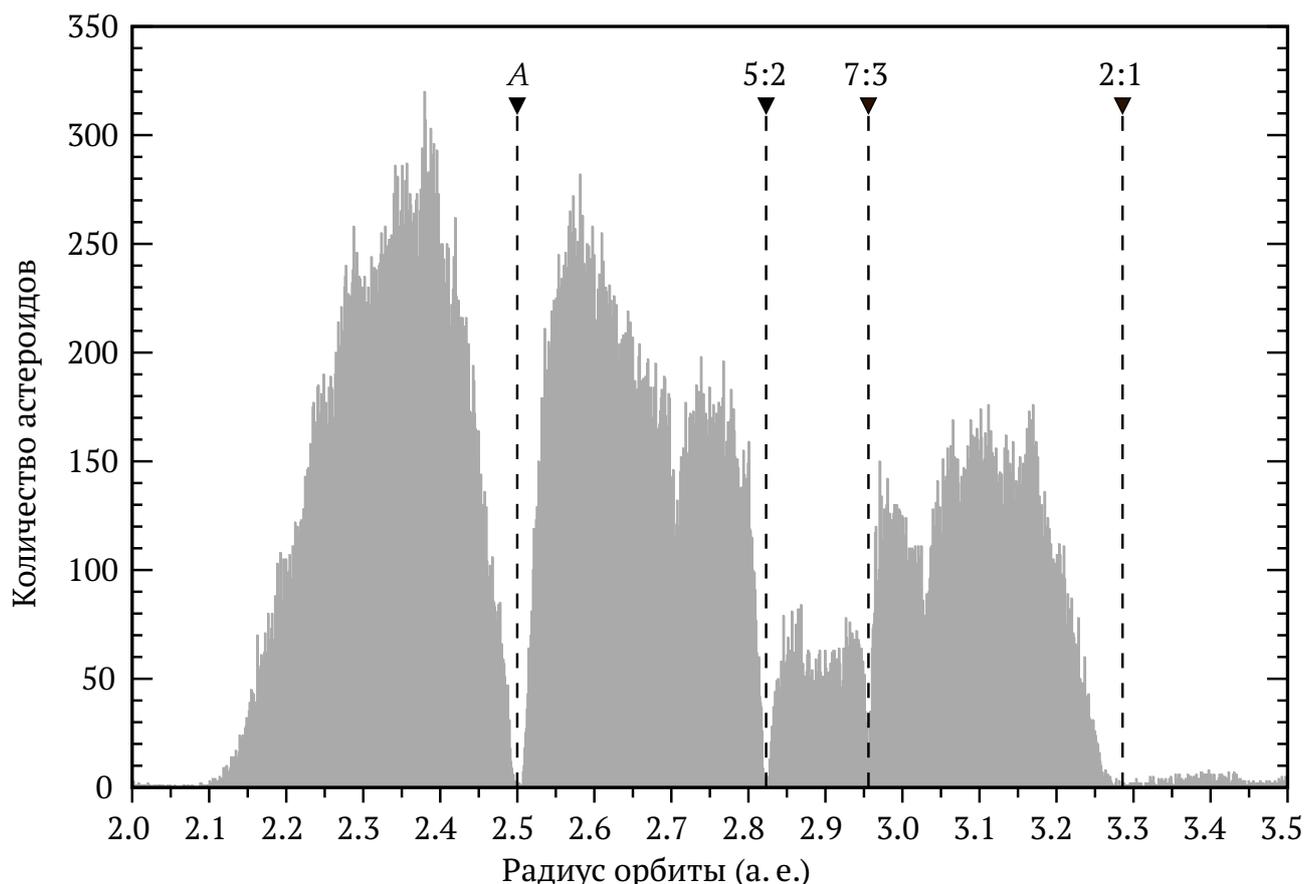


Рис. 13: Распределение астероидов Главного пояса

См. решение задачи 7.6, страница 16.

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

| | |
|---------------------------|---|
| Гравитационная постоянная | $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Скорость света в вакууме | $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ |
| Масса протона | $m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ |
| Масса электрона | $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ |
| Астрономическая единица | $1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ |
| Парсек | $1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а. е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$ |

Данные о Солнце, Земле и Луне

| | |
|---------------------------------------|--|
| Светимость Солнца | $L_{\odot} = 3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ |
| Видимая звёздная величина Солнца | $m_{\odot} = -26.8^{\text{м}}$ |
| Эффективная температура Солнца | $T_{\odot, \text{eff}} = 5.8 \cdot 10^3 \text{ К}$ |
| Поток энергии на расстоянии Земли | $E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ |
| Тропический год | $= 365.24219 \text{ сут.}$ |
| Средняя орбитальная скорость | $= 29.8 \text{ км/с}$ |
| Звёздные сутки | $= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$ |
| Наклон экватора к эклиптике | $\varepsilon = 23.44^{\circ}$ |
| Сидерический месяц | $= 27.32 \text{ сут.}$ |
| Синодический месяц | $= 29.53 \text{ сут.}$ |
| Видимая звёздная величина полной Луны | $m_{\zeta} = -12.7^{\text{м}}$ |

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

| | Радиус орбиты, а. е. | Орбитальный период | Масса, кг | Радиус, 10^3 км | Осевой период |
|------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------------|------------------|
| ☉ Солнце | | | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 697 | 25.38 сут. |
| ☿ Меркурий | 0.3871 | 87.97 сут. | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 2.44 | 58.65 сут. |
| ♀ Венера | 0.7233 | 224.70 сут. | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 6.05 | 243.02 сут. |
| ♁ Земля | 1.0000 | 365.26 сут. | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 6.37 | 23.93 ч |
| ☾ ↔ Луна | 0.0026 | 27.32 сут. | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1.74 | <i>синхр.</i> |
| ♂ Марс | 1.5237 | 686.98 сут. | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 3.40 | 24.62 ч |
| ♃ Юпитер | 5.2028 | 11.862 лет | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 71.5 | 9.92 ч |
| ♄ Сатурн | 9.5388 | 29.458 лет | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 60.3 | 10.66 ч |
| ♅ Уран | 19.1914 | 84.01 лет | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 25.6 | 17.24 ч |
| ♆ Нептун | 30.0611 | 164.79 лет | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 24.7 | 16.11 ч |