

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2024–2025 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

1. Пете, Васе и Толе выдали одинаковые наборы из пяти карточек: 1, 4, 5, 6, 13. Каждый случайно выбирает одну из своих карточек и выкладывает на стол. Найдите вероятность того, что произведение чисел на карточках — простое число.

2. Если длину прямоугольного поля увеличить на 20 м, а ширину увеличить на 8 м, то его площадь увеличится на 9280 м^2 . На сколько уменьшится площадь поля, если его длину уменьшить на 20 м, а ширину уменьшить на 8 м? Ответ выразите в квадратных метрах.

3. На сторонах правильного семиугольника со стороной 2 отмечены две точки — A и B . Чему может быть равна длина отрезка AB ?

1

4

7

15

4. Какой остаток при делении на 32 даёт число $2^4 \cdot 5^6 \cdot 11^{10} \cdot 17^{17}$?

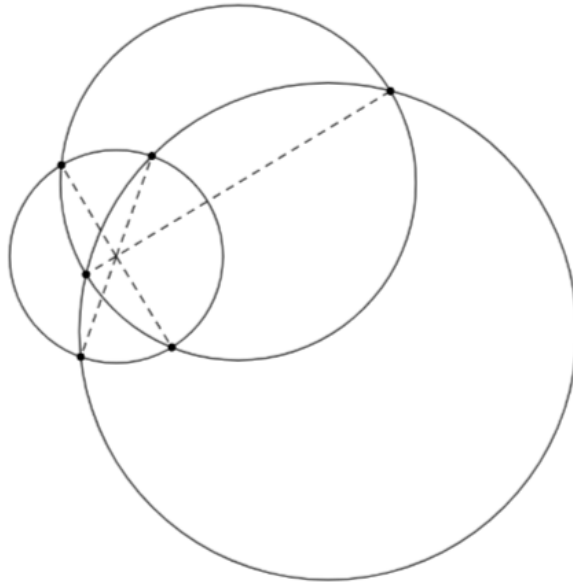
5. Каждое из чисел от 1 до 3491 записано чернилами одного из k цветов (каждый цвет встречается). Оказалось, что для каждого цвета количество чисел этого цвета равно наименьшему числу, записанному чернилами этого цвета. При каком наибольшем k это возможно?

6. Жора решил систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

Для каждого решения Жора посчитал, чему равно $(x + y)^2$. Чему равна сумма всех чисел, посчитанных Жорой?

7. Три окружности радиусами 3, 5, 7 расположены так, что общая хорда пересечения любых двух окружностей является диаметром меньшей из них.



7.1. Найдите квадраты длин сторон треугольника, образованного центрами этих окружностей. Каждое число записывайте в отдельное поле в порядке возрастания.

7.2 Найдите квадрат площади треугольника, образованного центрами этих окружностей.

8. Пусть $n > 2024$ — натуральное число. На доске написаны натуральные числа от 2024 до n . За одну операцию робот берёт два наибольших числа на доске и заменяет их на их разность, тем самым уменьшая количество чисел на доске. Через некоторое время на доске останется только одно число. Сколько существует натуральных $n < 10\,000$, для которых это число будет равно 0?