

Задача 10.1.

- (A) Рассмотрим следующее утверждение: если $\{a + b \cdot \sqrt{2}\} = \{c + d \cdot \sqrt{2}\}$, то $b = d$
 (A₁) В работе без решения утверждение выше верно доказано 1
 (A₂) В работе с решением утверждение выше используется без доказательства или в предложенном доказательстве содержатся ошибки. При этом фраза так как $\sqrt{2}$ иррационально сама по себе доказательством не считается снимается 1 балл
 (B) В работе используется значение суммы $1 + 2 + 3 + \dots + 2026$ и оно вычислено неверно снимается 1 балл
 (C) Не оцениваются верно сформулированные и доказанные общеизвестные утверждения об алгебре чисел вида $a + b \cdot \sqrt{2}$: что такие разложения единственны; что суммы и произведения чисел такого вида снова являются числами такого вида; что норма мультипликативна.
 (D) Не оценивается доказательство того, что $\sum x_i \not\equiv \sum y_j \pmod{2}$ ($\{x_i, y_j\} = \{1, \dots, 2026\}$) без корректного сведения задачи к этому факту.

Задача 10.2.

- (A) В работе доказано только, что из выполнения равенств

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2n-1} = a_n^2$$

следует, что $a_n = 2n - 1$. Если при этом не обосновано, что это условие равносильно $a_n = 2n - 1$, то есть не показано, что из $a_n = 2n - 1$ следуют все равенства

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2n-1} = a_n^2,$$

- причем эта обратная импликация не устанавливается и по ходу решения (например, хотя бы для одного n соответствующее равенство не возникает в рассуждении и не проверяется отдельно) снимается 1 балл
 (B1) Доказано, что последовательность монотонно возрастает И $a_2 = 3$ И приведён ответ, дальнейших продвижений нет 2 балла
 (B2) Доказано, что последовательность монотонно возрастает ИЛИ $a_2 = 3$ ИЛИ приведён ответ (но не все три), дальнейших продвижений нет 1 балл
 (B3) Доказано только, что $a_1 = 1$ 0 баллов
 (B4) Если при этом доказано, что $a_{n+1} \geq a_n + 2$ ещё 1 балл
 (C1) Проблемы с базой индукции: проверено, что $a_k = 2k - 1$ для $k \in 1, 2$, а используется ещё и для $k = 3$ снимается 1 балл
 (C2) Проблемы с базой индукции: проверено, что $a_k = 2k - 1$ для $k \in 1, 2, 3$, а используется ещё и для $k = 4$ или $k = 5$ снимается 2 балла
 (D) Доказано (в предположении индукции), что $a_{2n} + a_{2n+1} = 8n$ и сделан вывод, что $a_{2n} = 4n - 2$ или $a_{2n} = 4n - 1$; рассуждение в случае $a_{2n} = 4n - 2$ не проделано 1 балл (суммируется с B1 или с B2)

Задача 10.3.

- (A) Начальные продвижения (баллы внутри секции A не суммируются) . не более 1 балла
 (A1) Доказано, что T_1 и T_2 имеют параллельные стороны (возможно с пониманием направления сторон) 1 балл
 (A2) Доказано, что соответствующие биссектрисы T_1 и T_2 параллельны или найдено направление биссектрисы (параллельно высоте ABC или перпендикулярно стороне) 1 балл
 (A3) Выполнен критерий A2 и, кроме того, задача сведена к факту про совпадение проекций середин HO и I_1I_2 на прямую BC 2 балла
 (A0) Счет углов, в котором не зафиксированы продвижения A1 или A2 (в частности, характеристика направления стороны одного из треугольников T_i без явного заявления, что оно такое же как у T_2 , нахождение углов или доказательство подобия T_1 и T_2) 0 баллов
 (B) Нахождение других треугольников, гомотетичных T_1 и T_2 (например, треугольник из касательных к (ABC) или ортотреугольник) баллы не добавляются

- (P1) При верном ходе решения в работе возникают неверные утверждения (как правило связанные с рассмотрением неверного расположения точек, либо при работе в проекциях без учета направления отрезков, и т.д.), которые легко исправляются снимается 1 балл

Задача 10.4.

- (*) Решение задачи состоит из стратегии за Петю (А) и стратегии за Васю (Б). Баллы за части А и Б суммируются.....
- (А) Доказано, что у Пети есть выигрышная стратегия для $k \leq m + 1$, баллы внутри секции суммируются 4 балла
- (А1) Только разбор случаев $k < C$ и $k > 2m - C$, где константа C не зависит от m 0 баллов
- (А2) Доказано, что у Пети есть выигрышная стратегия для $k \leq m$ 2 балла
- (А2.1) Доказано, что у Пети есть выигрышная стратегия для $k = m$, не суммируется с А2 1 балл
- (А3) Доказано, что у Пети есть выигрышная стратегия для $k = m + 1$ 2 балла
- (Б) Доказано, что у Васи есть выигрышная стратегия для $k \leq m + 2$ 3 балла
- (Б1) Сформулировано и доказано, что у Васи есть выигрышная стратегия для $k \leq pm + q$ для некоторых $2 > p$ и q 1 балл

Задача 10.5.

- (А1) Приведена конструкция 201-угольника, в которой для каждой диагонали найдётся перпендикулярная ей диагональ или сторона 1 балл
- (А2) Верный пример не менее 4 баллов
- (Р) доказаны некоторые геометрические свойства искомого многоугольника, например, что у него есть параллельные диагонали) баллы не добавляются

Задача 10.6.

- (*) Решение задачи состоит из оценки (А) и построения одного из нескольких возможных примеров с обоснованием (Б или В). Баллы за оценку и пример суммируются.....
- (А) Оценка 3 балла
- (Б) Пример по кругу (соединяем с точками из 250-окрестности) 4 балла
- (Б1) Пример без обоснования 1 балл
- (Б2) Пример с недочётами в обосновании 2-3 балла
- (В) Пример с полным двудольным графом или двумя кликами с паросочетанием 4 балла
- (В1) Пример без обоснования 2 балла
- (В2) Пример с недочётами в обосновании 3 балла

Задача 10.7.

- (*) Баллы за части А и Б не суммируются.....
- (А1) Доказано, что диагонали образуют с осями координат углы по 45° 1 балл
- (А2) Получено, что $P(a) = P(b)$ или $|a - b| \leq |P(a) - P(b)|$ для стороны четырехугольника $(a, P(a)), (b, P(b))$ 1 балл
- (А3) В терминах абсцисс вершин записано условие на пересечение диагоналей по внутренней точке (выпуклость) 1 балл
- (Б) Доказано, что одна из сторон четырехугольника параллельна оси абсцисс 4 балла

Задача 10.8.

- (*) Баллы за части А и Б не суммируются.....
- (А) В обозначениях $ab + 1 = z^2$, $ac + 1 = y^2$, $bc + 1 = x^2$ доказано, что $xy > cz$ 1 балл
- (Б) Попытка сравнить выражение $(ab + 1)(bc + 1)(ca + 1)$ с выражением $(abc + (a + b + c)/2)^2$ и/или $(abc + (a + b + c \pm 1)/2)^2$ 1 балл