

Задача 11.1.

- (A) Рассмотрим следующее утверждение (*): если $\{a + b \cdot \sqrt{2}\} = \{c + d \cdot \sqrt{2}\}$, то $b = d \dots$
- (A1) Доказано утверждение (*) 1 балл
- (A2) Утверждение (*) используется без доказательства снимается 1 балл
- Отметим, что фраза «так как $\sqrt{2}$ иррационально» сама по себе доказательством не считается.
- (Б) В работе используется значение суммы $1 + 2 + \dots + 2026$, при этом оно вычисляется неверно снимается 1 балл
- (В) Не оцениваются верно сформулированные и доказанные общеизвестные утверждения об алгебре чисел вида $a + b \cdot \sqrt{2}$. В частности, что такие разложения единственны; суммы и произведения чисел такого вида снова являются числами такого вида; мультипликативность соответствующей нормы.

Задача 11.2.

- (Z) Доказано, что стороны соответствующие стороны треугольников ABC , MKN , $M_a M_b M_c$ параллельны, доказано подобие этих треугольников и найдены коэффициенты подобия 0 баллов
- (A) Построена точка, симметричная ортоцентру треугольника MKN относительно середины стороны KN и заявлено, что окружности касаются в этой точке 1 балл
- (В) Сформулировано и доказано, что треугольники MKN и $M_a M_b M_c$ гомотетичны 1 балл
- Продвижения (A) и (В) не суммируются.

Задача 11.3.

- (A1) Правильный разбор случая $n = 2$ 1 балл
- (A2) Правильный разбор случая чётного n 2 балла
- (A3) Верное сведение задачи к случаю $n = 3$ 2 балла
- (A4) Верное сведение задачи к случаям $n = 2$ и $n = 3$, без правильного разбора случая $n = 2$ 1 балл
- Баллы по критериям (A1) – (A4) не суммируются друг с другом и применяются только в случае, если задача не решена.

Следующие продвижения не считаются существенными и не оцениваются.

- (*) Переформулировка задачи на языке графов.....
- (*) Сведение задачи к случаю связного графа.....
- (*) Сведение задачи к случаю графа без мостов.....
- (*) Доказательство того, что граф каждого региона — лес.....
- (*) Доказательство более слабой оценки (с большим числом кабинетов).....
- (*) Доказательство любых утверждений про треугольники в графе.....
- (*) Сведение задачи к случаю графа без вершин маленькой степени.....
- (*) Разбор случая, когда граф одного из регионов связан или имеет не больше 2 компонент связности.....

Задача 11.4.

- (*) Доказано существование искомым многочленов степени строго больше 101. ... 0 баллов
- (*) Доказано, что степень исходного многочлена не меньше 100 0 баллов
- (*) В предположении существования искомого многочлена степени ровно 100 выписаны равенства соответствующих симметрических многочленов от x_i и от y_i 0 баллов
- (50/50) В предположении, что существует искомый многочлен степени 100, явно сформулировано и доказано, что 50 разностей $y_i - x_i$ равны 1 и 50 разностей равны -1 1 балл
- Если в работе записано равенство $\sum x_i = \sum y_i$, но явного вывода о количестве разностей каждого типа нет, этот балл не начисляется.
- (O) Доказано, что искомого многочлена степени 100 не существует 3 балла
- (П) Доказано, что существует искомый многочлен степени 101 3 балла
- Продвижение (50/50) не суммируется с (O), но суммируется с (П).

Задача 11.5.

Нет специальных критериев.

Задача 11.6.

- (A) Оценка ($k \leq 1012$) 3 балла
- (A0) Рассматриваются пары для максимального числа a 0 баллов
- (A1) Доказано, что пары для числа a не пересекаются 1 балл
- (A2) Доказано, что число a не принадлежит таким парам 1 балл
- (A3) Вывод оценки из утверждений A1 и A2 1 балл
- (B) Пример для $k = 1012$ 4 балла
- (B1) Пример без обоснования 1 балл
- (B2) Обоснование верного примера сведено к подсчету пар, где $m+k$ делится на данное число n , где k, m, n выбираются из множества $\{1, 2, \dots, 2026\}$ 1 балл
- (B3) Верная оценка количества пар 2 балла
- (M) Ошибки в логике изложения или в алгебраических преобразованиях при подсчете числа пар снимается не менее 1 балла

Задача 11.7.

- (A0) Решение соответствующей плоской задачи; наблюдение о перпендикулярности плоскостей IA_1B_1 и CD и аналогичные 0 баллов
- (A1) В обозначениях решения 1 задача сведена к проверке того, что точка E — середина отрезка A_0B_0 1 балл
- (B0) Сведение к проверке равенств расстояний $\text{dist}(A, CDE) = \text{dist}(B, CDE)$ или объемов $V_{ACDE} = V_{BCDE}$ 0 баллов
- (B1) Сведение к проверке равенства $B_1E/A_1E = S_{BCD}/S_{ACD}$ (или аналогичному равенству с отношением высот тетраэдра) 1 балл
- (B2) Сведение к проверке равенства $V_{IB_1C_1D_1}/V_{IA_1C_1D_1} = S_{BCD}/S_{ACD}$ 2 балла
- (C) Основные свойства геометрии масс, полярных преобразований относительно сферы и проективных преобразований в пространстве считаются известными
- (D0) Рассмотрение проективного преобразования, сохраняющего сферу и переводящего прямую CD в бесконечно удаленную 0 баллов
- (D1) Доказано, что полярная точки E относительно вписанной сферы — это плоскость, содержащая ребро CD и параллельная AB 1 балл
- (E) Введение (линейной) функции разности квадратов расстояний до A и B , изучение ГМТ её нулей 0 баллов

Баллы за указанные выше продвижения не суммируются.

Задача 11.8.

- (П) Оптимальный пример (оценка на α сверху) 1 балл
- (Л) Формулировка и доказательство леммы: в прямоугольнике $a \times b$, левый нижний угол которого — центр салфетки, есть непокрытая клетка 1 балл
- (О) Неоптимальный пример или неоптимальная оценка, в том числе леммы, не ведущие к оптимальной оценке — например, наличие пустой клетки в $(a+1) \times (b+1)$ 0 баллов