

10 класс

Второй день

- 10.5. Существует ли выпуклый 201-угольник, в котором каждая диагональ перпендикулярна какой-то другой диагонали?
- 10.6. В стране ровно 1000 городов, некоторые пары городов соединены двусторонними авиалиниями. Известно, что для любого натурального $k \leq 500$ выполнено следующее утверждение: «Если выбрать любое множество A из k городов, то найдётся хотя бы k городов, не принадлежащих A , каждый из которых соединён авиалинией хотя бы с одним городом из A ». Какое наименьшее количество авиалиний может быть в этой стране?
- 10.7. На координатной плоскости вершины выпуклого четырехугольника имеют целые координаты и лежат на графике многочлена с целыми коэффициентами. Докажите, что если диагонали этого четырехугольника перпендикулярны, то они равны между собой.
- 10.8. Дан треугольник с различными натуральными длинами сторон a , b и c . Докажите, что хотя бы одно из чисел $ab + 1$, $bc + 1$ и $ca + 1$ не является полным квадратом.