

ЛІХ Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заклучительный этап

Экспериментальный тур

Возможные решения

Задача №11-Е1. Веретено

Для питания мотора будем использовать регулируемый блок питания. Подключим также амперметр и вольтметр для точного измерения тока и напряжения.

Зафиксируем вал мотора. Подадим на него напряжение и измерим показания приборов. Рассчитаем сопротивление обмоток мотора:

$$R = \frac{U}{I}$$

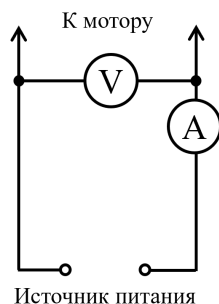


Схема питания мотора.

Повторим измерения для разного положения вала мотора и усредним значения. Видно, что значения мало отличаются друг от друга. Однако, можно заметить, что при некоторых положениях мотора получаются совершенно другие значения. В этих положениях коллектор мотора находится в положении переключения между обмотками. Приборная погрешность измерения напряжения и тока составляет 1% от измеряемой величины, тогда погрешность сопротивления составит 2%. На фоне приборной погрешности случайная погрешность измерения сопротивления мала. Таким образом, сопротивление обмоток мотора составит:

$$R = (6,14 \pm 0,12) \text{ Ом.}$$

U , В	I , мА	R , Ом
0,500	81,6	6,13
0,504	81,9	6,15
0,504	82,0	6,15
0,496	80,6	6,15
0,502	81,7	6,14

Закрепим мотор с подключенным редуктором в лапке штатива. На колесе редуктора сделаем отметку, наклеив небольшой кусок изолянт. Подадим напряжение на мотор большее U_{min} , мотор станет вращаться. Измерим силу тока, текущего через мотор, и время совершения колесом k оборотов. Повторим процедуру для 7 возможных значений подаваемого напряжения. Занесем данные в таблицу.

t , с	k	I , мА	U , В	U_{ind} , В	f , Гц	$\sigma_{U_{ind}}$, В	σ_f , Гц
16,94	5	0,740	50,8	0,43	0,295	0,02	0,005
11,81	5	1,018	53,2	0,69	0,423	0,02	0,011
14,34	10	1,504	58,5	1,14	0,697	0,03	0,015
9,87	10	2,05	57,7	1,70	1,013	0,03	0,031
15,47	20	2,54	64,8	2,14	1,293	0,04	0,025
11,91	20	3,03	71,2	2,59	1,679	0,04	0,042
19,41	40	3,52	77,3	3,04	2,061	0,05	0,032

Рассчитаем для каждого значения поданного напряжения ЭДС индукции в моторе:

$$U_{ind} = U - IR.$$

Погрешность оценим как:

$$\sigma_{U_{ind}} = \sigma_U + I\sigma_R + R\sigma_I.$$

Также рассчитаем частоту вращения: $f = \frac{k}{t}.$

Погрешность частоты рассчитаем как: $\sigma_f = f \frac{\sigma_t}{t},$

где $\sigma_t = 0,3$ с — характерное время реакции человека.

Построим график зависимости частоты вращения от ЭДС индукции.

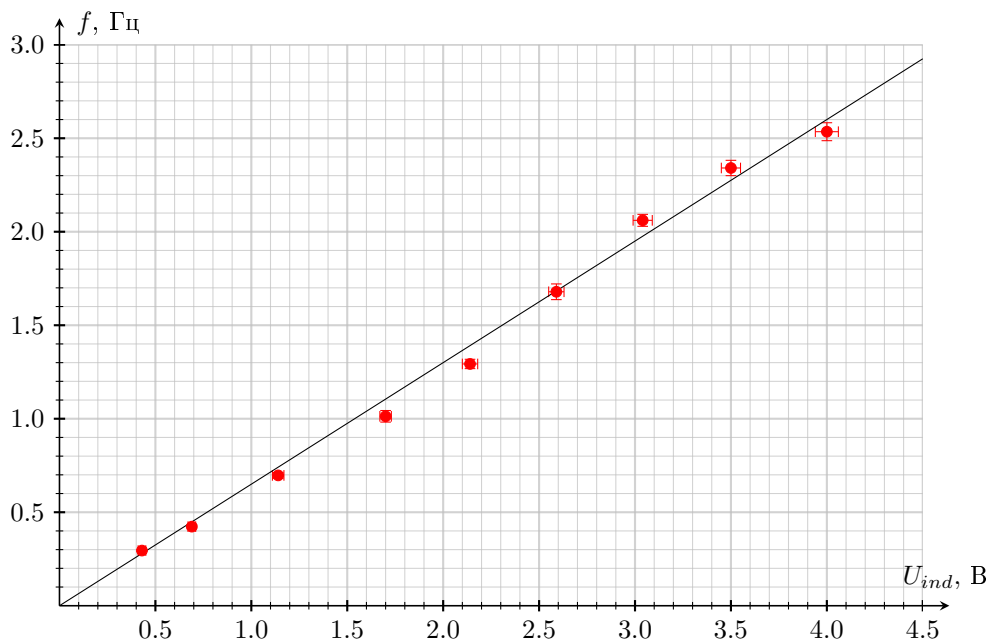


График зависимости частоты вращения колеса от ЭДС индукции мотора.

Видно, что график можно описать прямой пропорциональностью как и предсказывает закон Фарадея. Угловой коэффициент графика составляет $\alpha = (0,65 \pm 0,02)$ Гц/В.

Измерим силу тока, текущего через мотор, когда к нему подключен редуктор, не нагруженный грузом. Привяжем к колесу леску, подвесим груз и вновь измерим значение силы тока при том же напряжении на моторе. Рассчитаем разность величин сил тока ΔI . Проведем измерения для разных значений напряжения.

I , мА	I' , мА	ΔI , мА
66	136	70
67	155	88
74	146	72
81	154	73
78	147	69
67	157	90
81	168	87

Усредним полученное значение:

$$\Delta I_{\text{ср}} = (78 \pm 10) \text{ мА}.$$

Измерим диаметр колеса $D = (6,3 \pm 0,1)$ см. Тогда дополнительный момент сил, действующий на колесо будет равен:

$$M = mg \frac{D}{2} = (1,568 \pm 0,025) \text{ Н} \cdot \text{см}.$$

Погрешность оценим как:

$$\sigma_M = M \frac{\sigma_D}{D}.$$

Рассчитаем отношение момента силы, действующего на колесо, и приращение силы тока:

$$\beta = \frac{M}{\Delta I} = (0,20 \pm 0,03) \text{ Н} \cdot \text{м/А}.$$

Рассчитаем погрешность как:

$$\sigma_\beta = \beta \left(\frac{\sigma_M}{M} + \frac{\sigma_{\Delta I}}{\Delta I} \right).$$

Для вывода соотношения между α и β запишем второй закон Кирхгофа для мотора:

$$U = IR + U_{\text{ind}} = IR + \frac{f}{\alpha}.$$

Умножим полученное соотношение на силу тока:

$$IU = I^2 R + \frac{If}{\alpha}.$$

Выражение слева представляет полную мощность, поступающую в мотор от источника питания. Часть мощности тратится на тепловыделение в обмотках мотора и выражается как:

$$N_{\text{тепл}} = I^2 R.$$

Оставшееся выражение представляет из себя механическую мощность, которую можно представить как:

$$N_{\text{мех}} = M\omega = 2\pi f M.$$

Или с учетом введенного коэффициента β :

$$N_{\text{мех}} = 2\pi\beta If.$$

Отсюда теоретическая связь между коэффициентами:

$$\frac{If}{\alpha} = 2\pi\beta If.$$

$$\beta_{\text{theor}} = \frac{1}{2\pi\alpha} = (0,245 \pm 0,007) \text{ Н} \cdot \text{м/А}.$$

Погрешность оценим как:

$$\sigma_{\beta_{\text{theor}}} = \beta_{\text{theor}} \cdot \frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}.$$

Заметим, что полученное экспериментально значение β не совпадает с предсказанным теоретически. Скорее всего это связано с тем, что при подвешивании груза меняется момент сил трения в редукторе.

Для измерения коэффициента редукции отключим мотор от источника питания, и подсоединим к валу мотора, выступающему с его тыльной стороны, шкив. Будем вращать шкив и наблюдать за вращением колеса редуктора. Подсчитаем, количество оборотов шкива $n = 48$, отвечающее полному обороту колеса редуктора. Именно эта величина и будет являться коэффициентом редукции. На первый взгляд может показаться, что полному обороту колеса соответствует 50 оборотов шкива. Однако, если провести аккуратные измерения и проверить колесо редуктора таким методом на несколько оборотов, то можно убедиться, что коэффициент редукции равен именно 48.

Снимем редуктор с мотора, поменяем шестерню на вале двигателя на шкив. Привяжем к шкиву леску, на конце которой закрепим груз массой 5 г. Установим мотор так, чтобы шкив оказался в горизонтальной плоскости. Запустим вращение мотора. Добьемся того, чтобы на вращающейся леске наблюдалась одна пучность. Подберем напряжение питания таким образом, чтобы амплитуда в пучности была максимальной. Запишем значения напряжения на моторе и тока текущего через него. Рассчитаем частоту вращения мотора как:

$$\nu = fn = n\alpha(U - IR).$$

Погрешность расчета частоты оценим как:

$$\sigma_{\nu} = \nu \left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha} + \frac{\sigma_U + I\sigma_R + R\sigma_I}{U - IR} \right)$$

Погрешность тока будем считать равной 1 мА, так как показания амперметра отклоняются от среднего значения с течением времени приблизительно с такой амплитудой. Относительную погрешность измерения напряжения будем считать равной 1%. Проведем следующие опыты так, чтобы на леске наблюдалось несколько пучностей. Занесем данные в таблицу.

N	U , В	I , А	ν , Гц	σ_{ν} , Гц
1	0,59	54	8,1	0,9
2	0,85	54	16,2	1,2
3	1,23	68	25,3	1,6
4	1,4	65	31,2	1,9
5	2,05	106	43,7	2,6
6	2,46	123	53,2	3,1

Построим график измеренной зависимости.

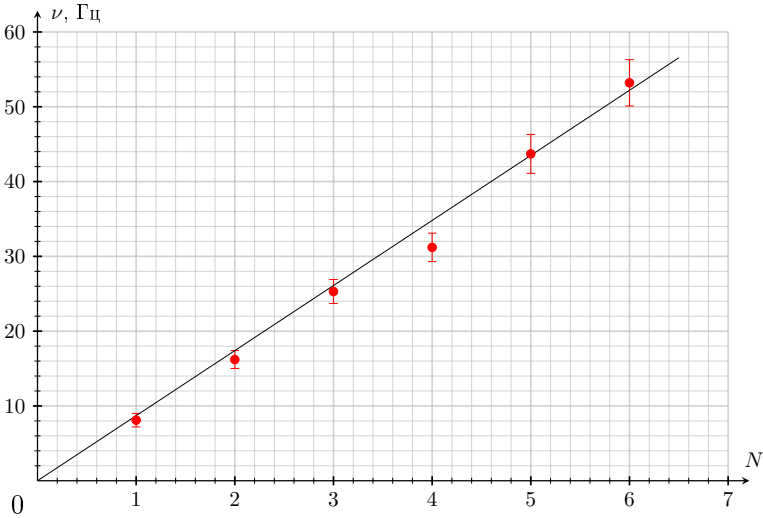


График зависимости резонансной частоты от количества пучностей.

Видно, что график легко описать прямой пропорциональностью. То есть частота вращения прямо пропорциональна количеству пучностей в форме вращения, что подтверждает теоретическое предсказание.

Измерим зависимость длины стоячей волны от частоты вращения вала мотора. При этих измерениях не обязательно попадать в резонансные частоты. Пересчитаем частоты в периоды вращения:

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Погрешности периода рассчитаем как:

$$\sigma_T = T \frac{\sigma_\nu}{\nu}.$$

Погрешность измерения длины полуволны оценим как $\sigma_{\lambda_{st}} = 1$ см. Построим график зависимости $\lambda(T)$.

λ_{st} , см	U , В	I , А	ν , Гц	σ_ν , Гц	T , мс	σ_T , мс	λ , м
106	0,59	54	8,1	0,9	124	13,4	2,12
53	0,85	54	16,2	1,2	62	4,5	1,06
35	1,23	68	25,3	1,6	39	2,6	0,70
27	1,40	65	31,2	1,8	32	1,9	0,54
21	2,05	106	43,7	2,6	23	1,4	0,42
18	2,46	123	53,2	3,1	19	1,1	0,36

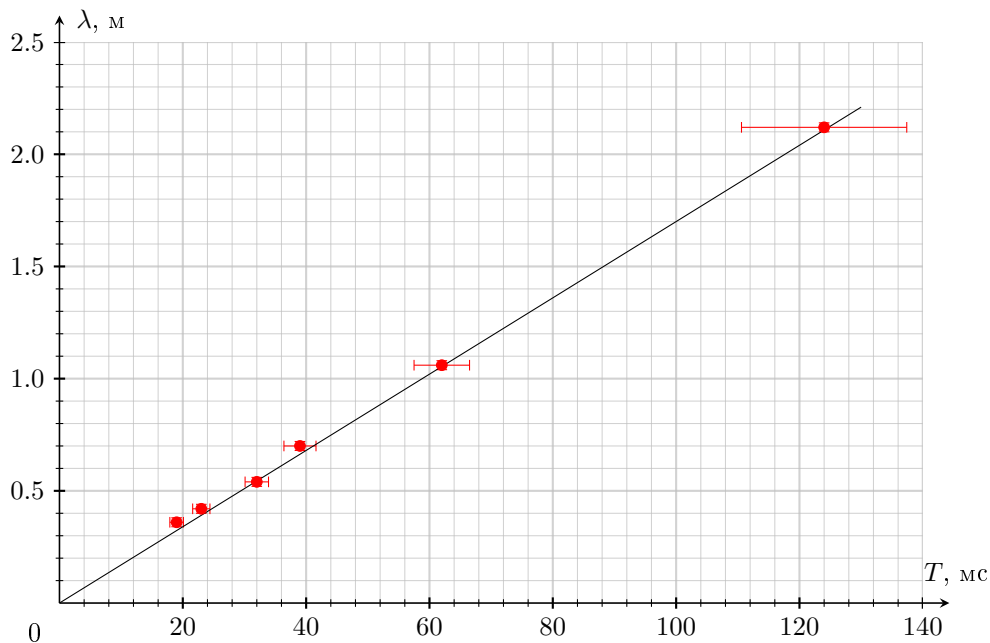


График зависимости длины бегущей волны в леске от периода вращения вала мотора.

Видно, что график описывается прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом $v = (17 \pm 1)$ м/с. Угловой коэффициент графика имеет смысл скорости распространения поперечных волн в леске.

Скорость распространения волн зависит от погонной плотности лески и от силы ее натяжения. Запишем данную в условии формулу с точки зрения размерностей:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{кг}^i}{\text{м}^i} \text{Н}^j = \frac{\text{кг}^i}{\text{м}^i} \cdot \frac{\text{кг}^j \text{м}^j}{\text{с}^{2j}}.$$

Легко сделать вывод, что $j = 0,5$ и $i = -0,5$. То есть формулу можно записать как:

$$v = \sqrt{\frac{T + T_0}{\rho}}$$

Проведем измерения, аналогичные пункту 2.3, для определения скорости распространения волн при разных силах натяжения лески.

m , г	$\lambda/2$, см	U , В	I , А	ν , Гц	σ_ν , Гц	T , мс	σ_T , мс	λ , м
10	106	0,73	56	12,0	1,0	83,4	7,2	2,12
10	53	1,22	68	24,9	1,6	40,1	2,6	1,06
10	35	1,62	74	36,2	2,1	27,6	1,6	0,70
10	27	2,21	95	50,5	2,8	19,8	1,1	0,54
25	106	1,05	67	19,8	1,4	50,4	3,6	2,12
25	53	2,00	117	39,8	2,5	25,1	1,6	1,06
25	35	2,99	145	65,2	3,7	15,3	0,9	0,70
36	106	1,26	74	25,0	1,7	40,0	2,7	2,12
36	53	2,26	98	51,5	2,9	19,4	1,1	1,06
36	35	3,16	128	73,7	4,0	13,6	0,7	0,70
50	106	1,44	78	29,8	1,9	33,5	2,1	2,12
50	53	2,58	110	59,1	3,3	16,9	0,9	1,06
50	35	3,81	161	87,6	4,7	11,4	0,6	0,70

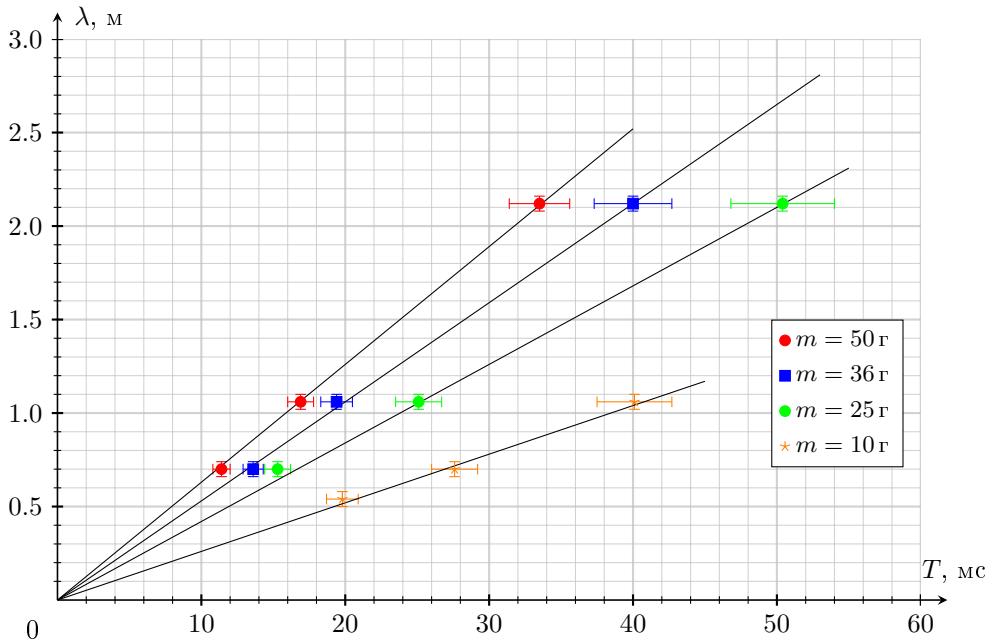


График зависимости длины волны от периода вращения вала мотора для разных масс подвешенных грузов.

Занесем полученные данные в таблицу.

$m, \text{ г}$	$v, \text{ м/с}$	$\sigma_v, \text{ м/с}$	$v^2/10^3, (\text{м/с})^2$	$\sigma_{v^2}/10^3, (\text{м/с})^2$
5	17	1	0,29	0,03
10	26	1	0,68	0,05
25	42	2	1,76	0,17
36	53	2	2,81	0,21
50	63	3	3,97	0,38

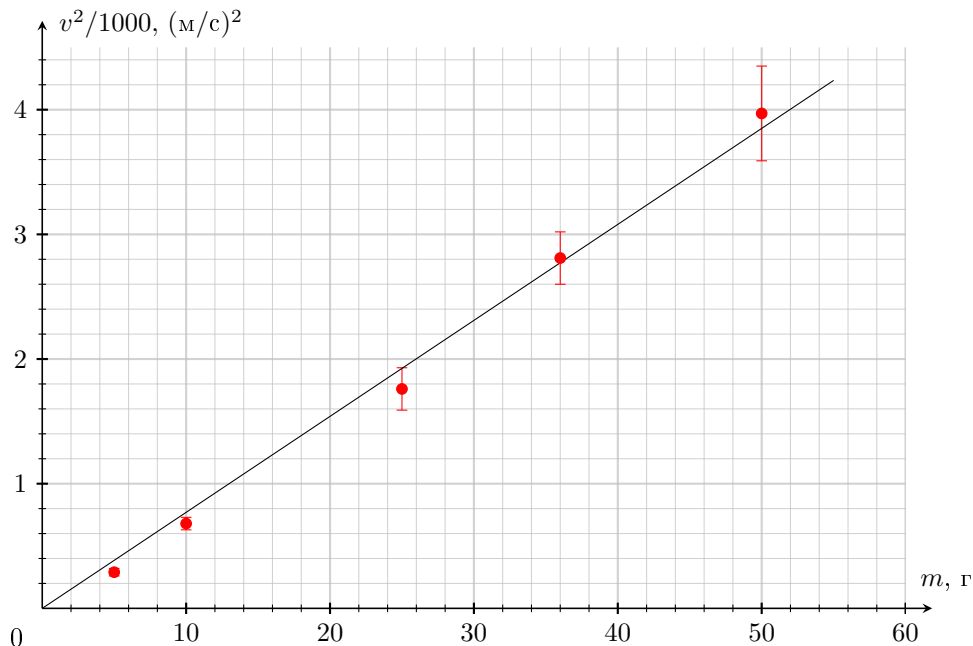
Сила натяжения лески равна силе тяжести груза $T = mg$. Тогда формула, описывающая скорость распространения волн, может быть записана как:

$$v = \sqrt{\frac{mg + T_0}{\rho}}$$

В соответствии с приведенной в условии формулой исследованная зависимость должна оказаться линейной в координатах $v^2(m)$. Рассчитаем значения квадратов скоростей. Оценим погрешность их измерения как:

$$\sigma_{v^2} = 2v\sigma_v.$$

Построим соответствующий график.



Зависимость квадрата скорости распространения волн в леске от массы подвешенного груза.

График легко описать линейной функцией с угловым коэффициентом $\gamma = (77 \pm 3) \cdot 10^3 \frac{\text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$. При этом свободный член этой линейной функции близок к нулю, что математически говорит о равенстве нулю коэффициента T_0 . Физически это означает малое влияние на распространение волн в леске ее изгибной жесткости при исследованных силах натяжения. Рассчитаем погонную плотность лески:

$$\rho = \frac{g}{\gamma} = (0,127 \pm 0,005) \text{ г/м}.$$

Погрешность оценим как:

$$\sigma_\rho = \rho \frac{\sigma_\gamma}{\gamma}.$$