

Возможные решения

Задача №9-Е1. Вязкость воздуха

Столбик воды в трубке можно считать цилиндрическим, поэтому его объём V и длина l связаны соотношением $V = Sl$, откуда

$$S = \frac{V}{l}.$$

Экспериментальные данные по объёму и длине столбика приведены в таблице.

V , мм ³	l , мм	S , мм ²
500	42	11,9
1000	88	11,4
1500	131	11,5
2000	171	11,7

Используя несколько измерений, усредняем результаты:

$$S \approx 11,6 \text{ мм}^2.$$

Для измерения угла наклона выберем на прикреплённой к рейке линейке два деления на известном расстоянии b (в авторском эксперименте $b = 250$ мм) друг от друга. Измеряя высоты этих точек над столом h_1 и h_2 , получаем

$$\sin \alpha = \frac{h_2 - h_1}{b}.$$

Скорость движения столбика определяется по формуле

$$v = \frac{s}{t},$$

где s — пройденное расстояние столбика, t — время движения. Для каждого угла наклона производим не менее трёх измерений и вычисляем среднюю скорость $v_{\text{ср}}$.

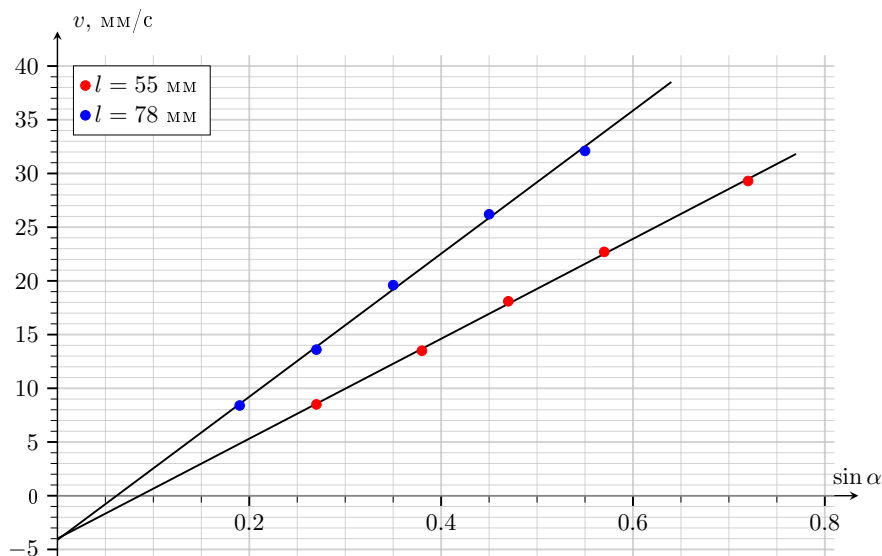
В таблице приведены результаты измерений для столбика воды длиной $l = 55$ мм.

№	h_1 , мм	h_2 , мм	$\sin \alpha$	s , мм	t , с	v , мм/с	$v_{\text{ср}}$, мм/с
1	165	232	0,27	150	17,22	8,7	8,5
				200	23,69	8,4	
				250	29,85	8,4	
2	187	281	0,38	150	11,25	13,3	13,5
				200	14,84	13,5	
				250	18,44	13,6	
3	205	323	0,47	150	8,33	18,0	18,1
				200	10,93	18,3	
				250	13,81	18,1	
4	227	369	0,57	150	6,66	22,7	22,7
				200	8,81	22,5	
				300	13,16	22,8	
5	257	436	0,72	250	8,53	29,3	29,3
				250	8,43	29,6	
				300	10,32	29,1	

Для столбика воды длиной $l = 78$ мм:

№	h_1 , мм	h_2 , мм	$\sin \alpha$	s , мм	t , с	v , мм/с	$v_{\text{ср}}$, мм/с
1	149	195	0,19	150	17,72	8,5	8,4
				200	23,91	8,4	
				250	29,85	8,4	
2	165	232	0,27	150	10,97	13,7	13,6
				200	14,60	13,7	
				250	18,48	13,5	
3	183	270	0,35	150	7,54	19,9	19,6
				200	10,31	19,4	
				250	12,87	19,4	
4	202	315	0,45	150	5,71	26,3	26,2
				200	7,65	26,1	
				250	9,62	26,0	
5	223	360	0,55	200	6,24	32,1	32,1
				250	7,82	32,0	
				300	9,31	32,2	

Построим графики $v(\sin \alpha)$ для двух разных длин столбика l .



Масса столбика воды:

$$m = \rho l S.$$

В установившемся режиме выполняется равенство сил вдоль оси трубки:

$$\rho l S g \sin \alpha = \Delta P S + F_0.$$

По условию для малых перепадов давления плотность воздуха считаем постоянной, следовательно объёмный расход воздуха через иглу связан со скоростью движения воды:

$$Q = v S.$$

Согласно формуле Пуазейля:

$$\Delta P = \frac{8 L \eta Q}{\pi r^4} = \frac{8 L \eta v S}{\pi r^4}.$$

Подставляя в уравнение сил:

$$\rho l S g \sin \alpha = \frac{8 L \eta v S^2}{\pi r^4} + F_0.$$

Отсюда выражаем скорость:

$$v = \frac{\rho l g \pi r^4}{8 L \eta S} \sin \alpha - \frac{F_0 \pi r^4}{8 L \eta S^2}.$$

Видно, что зависимость $v(\sin \alpha)$ должна быть линейной с угловым коэффициентом

$$k = \frac{\rho l g \pi r^4}{8 L \eta S}$$

и пересечением с вертикальной осью

$$v_0 = -\frac{F_0 \pi r^4}{8 L \eta S^2}.$$

Из углового коэффициента графика:

$$k = \frac{\rho l g \pi r^4}{8 L \eta S} \Rightarrow \eta = \frac{\rho l g \pi r^4}{8 L k S}.$$

Подстановка экспериментальных данных для $l = 55$ мм даёт

$$\eta \approx 9,3 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Из пересечения графика с вертикальной осью $v_0 \approx -4,0$ мм/с:

$$F_0 = \frac{8 L \eta S^2}{\pi r^4} |v_0| \approx 0,53 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Задача №9-Е2. Три в одном

Измерим сопротивления между парами выводов 1–2, 1–3 и 2–3, изменяя полярность подключения омметра и вращая ручку переменного резистора. При изменении полярности омметра сопротивление в ветви со светодиодом резко изменяется: в одном направлении прибор показывает конечное сопротивление, а в противоположном — очень большое (разрыв цепи). Это позволяет определить вывод, к которому подключен светодиод.

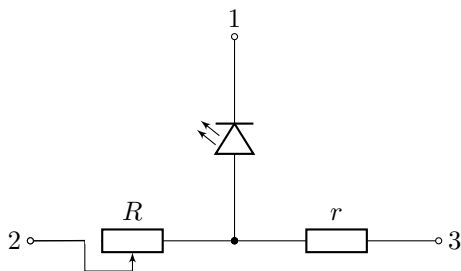


Рис. 1

Если при вращении ручки переменного резистора измеряемое сопротивление между двумя выводами изменяется, то соответствующая ветвь содержит переменный резистор R . Ветвь, сопротивление которой не зависит от положения ручки переменного резистора, содержит резистор r . Сопоставляя результаты измерений для всех трёх пар выводов, можем однозначно определить, какой элемент

подключён к каждому выводу, и установить соответствие между выводами 1, 2, 3 серого ящика и выводами A, B, C на схеме. Выданные в оборудовании батарейки соединены последовательно с помощью колодки. Далее в решении будем данное последовательное соединение батареек называть просто батарейкой. Подключим батарейку к паре выводов 1–2. Изменяя полярность и сопротивление переменного резистора, можно обнаружить, что при подключении положительной клеммы батарейки к выводу 1 светодиод не горит ни при каких сопротивлениях переменного резистора. При подключении «плюса» батарейки к выводу 2 обнаружим, что светодиод горит и его яркость изменяется с сопротивлением переменного резистора. Это возможно тогда и только тогда, когда эта пара выводов соответствует паре выводов A – B . Вывод C однозначно соответствует выводу 3. Подключим батарейку к паре выводов 1–3. Изменяя полярность, обнаружим, что при подключении «плюса» батарейки к выводу 1 светодиод не горит. При подключении положительной клеммы батарейки к выводу 3 светодиод горит, его яркость при этом не зависит от сопротивления переменного резистора. Таким образом, вывод 1 однозначно соответствует выводу B , от которого идёт светодиод. Вывод A соответствует выводу 2 по методу исключения.

$$A - 2; B - 1; C - 3.$$

Полярность светодиода определяется по направлению тока, при котором омметр показывает конечное сопротивление. В этом направлении ток проходит от анода к катоду светодиода (см. рисунок 1). Ранее было обнаружено, что светодиод горит, если ток через него проходит к выводу 1. Значит, «плюс» светодиода находится снизу (см. рисунок 1).

Известно, что светодиод имеет монотонно возрастающую вольт-амперную характеристику, причём до определённого момента сила тока через светодиод пренебрежимо мала, а затем начинает значительно расти (и в этой ситуации светодиод горит). Подключим «плюс» батарейки к выводу 3, «минус» батарейки к выводу 1 (см. рисунок 2). Подключим вольтметр в режиме 2000 мВ к выводам 2–3 и измерим напряжение U_V :

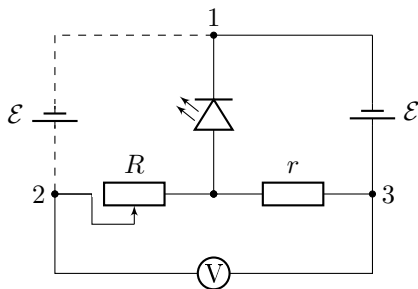


Рис. 2

$$U_V = (1137 \pm 11) \text{ мВ}.$$

С высокой точностью вольтметр можно считать идеальным. В таком случае можно считать, что через резистор R ток не протекает, и U_V — это напряжение на резисторе r . Запишем второе правило Кирхгофа для контура, через который течёт

ток:

$$\varepsilon = U(I) + U_V,$$

где $U(I)$ — напряжение на светодиоде, I — сила тока. В соответствии с законом Ома для резистора r также справедливо следующее:

$$U_V = Ir.$$

Подключим «плюс» батарейки к выводу 2, «минус» батарейки к выводу 1 (см. рисунок 2). Не изменяя подключения вольтметра, будем измерять напряжение на той же паре выводов 2–3, но теперь это будет напряжение, падающее на переменном резисторе R . Запишем правило Кирхгофа аналогично прошлому подключению:

$$\varepsilon = U(I) + U_V.$$

Изменяя сопротивление переменного резистора, можно добиться того, что при некотором сопротивлении R' измеряемое напряжение будет совпадать с измеренным ранее в пределах погрешности. Измеренное значение:

$$U'_V = (1142 \pm 11) \text{ мВ}.$$

В таком случае на светодиоде также падают одинаковые напряжения, а поскольку $U(I)$ — строго возрастающая зависимость при свечении светодиода, то и сила тока протекает одинаковая. Тогда $Ir = IR'$, откуда следует:

$$r = R'.$$

Отключим батарейку, а мультиметр переведём в режим омметра с пределом измерений 2000 Ом. Показания омметра $R_\Omega = r + R' = 2r$. Измерено значение:

$$R_\Omega = (400 \pm 4) \text{ Ом}.$$

Получаем ответ:

$$r = (200 \pm 2) \text{ Ом}.$$

Не меняя подключения омметра, изменим сопротивление переменного резистора до минимального значения. Показания омметра:

$$R_{\Omega 1} = (250 \pm 3) \text{ Ом}.$$

С другой стороны, $R_{\Omega 1} = r + R_{\min}$. Получаем ответ:

$$R_{\min} = (50 \pm 4) \text{ Ом}.$$

Провернём переменный резистор до максимального сопротивления. Сменим диапазон работы омметра до $20\text{ к}\Omega$. Показания омметра:

$$R_{\Omega 2} = (10,45 \pm 0,11) \text{ к}\Omega.$$

С другой стороны, $R_{\Omega 2} = r + R_{\max}$. Получаем ответ:

$$R_{\max} = (10,25 \pm 0,11) \text{ к}\Omega.$$

$$r = (200 \pm 2) \text{ }\Omega, \quad R_{\min} = (50 \pm 4) \text{ }\Omega, \quad R_{\max} = (10,25 \pm 0,11) \text{ к}\Omega.$$

Немного поворачивая ручку переменного резистора, будем изменять его сопротивление. Для различных сопротивлений переменного резистора выполняем следующие действия:

1. Измеряем омметром сопротивление R_{Ω} между выводами 2–3. Диапазон омметра выбираем оптимальный для повышения точности измерений.
2. Подключаем «плюс» батарейки к выводу 2, «минус» батарейки к выводу 1.
3. Измеряем вольтметром напряжение U между выводами 1–3 (это напряжение на светодиоде). Диапазон вольтметра выбираем оптимальный для повышения точности измерений.
4. Измеряем вольтметром напряжение U_V между выводами 2–3. В данном случае наиболее оптимальным будет режим с пределом измерений 2000 мВ .
5. Отключаем батарейку.
6. Пересчитываем силу протекающего тока, используя закон Ома для переменного резистора и найденное ранее значение r :

$$I = \frac{U_V}{R_{\Omega} - r}.$$

$R_{\Omega}, \text{кОм}$	$U, \text{В}$	$U_V, \text{мВ}$	$I, \text{мА}$
10,15	1,791	1449	0,15
5,76	1,811	1429	0,26
2,91	1,832	1398	0,52
1,577	1,870	1360	0,99
0,924	1,908	1312	1,81
0,684	1,936	1274	2,62
0,564	1,966	1244	3,40
0,467	2,000	1203	4,48
0,412	2,030	1167	5,47
0,371	2,063	1127	6,53
0,325	2,117	1063	8,40
0,297	2,178	1002	10,17
0,283	2,217	963	11,40
0,267	2,270	900	13,14
0,236	2,450	700	18,67
0,229	2,510	630	20,66
0,242	2,394	756	17,38
0,253	2,327	833	15,28

