

11 класс

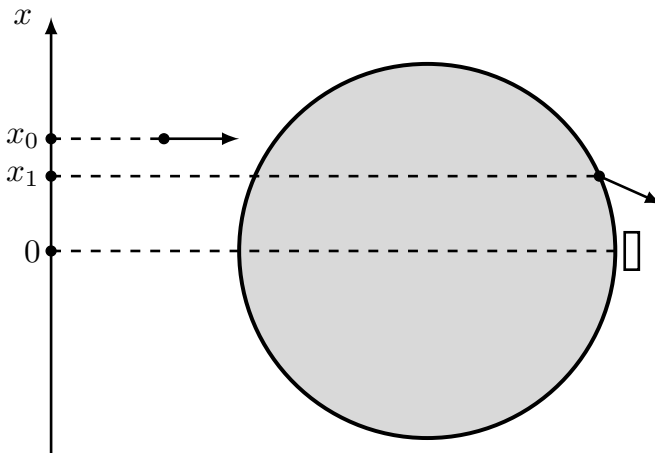
Задача №1. Выбоина

Экспериментатор Глюк решил научиться играть в настольную игру — аэро-хоккей. Для этого он купил всё необходимое оборудование и начал тренироваться. Однако, к своему удивлению, обнаружил, что нередко после запуска шайбы траектория отличается от прямолинейной.

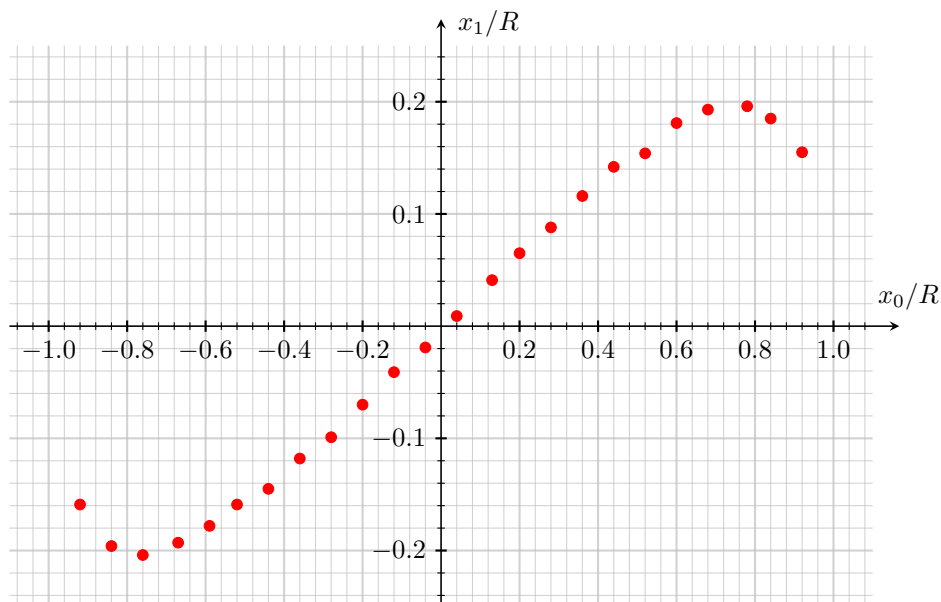
Глюк решил проверить в чём дело и обнаружил деформацию горизонтальной поверхности игрового поля: на одном из ее участков было круглое осесимметричное углубление (выбоина) радиусом R с гладкими краями и горизонтальными дном (см. рис).



Экспериментатор решил проанализировать, как смещается шайба при прохождении через выбоину. Для этого он запускал шайбу перпендикулярно оси OX (см. рис.) из разных начальных положений с координатой x_0 и измерял координату x_1 выхода шайбы из выбоины.



В результате он получил вот такие экспериментальные точки:



Начальная скорость всех запущенных шайб v_1 , ускорение свободного падения g . Трение отсутствует.

1. Определите глубину выбоины.
2. Определите при какой глубине выбоины Глюк всегда попадал бы в ворота, запуская шайбу из точек с начальными координатами $|x_0| \ll R$.

Примечание

- Считайте, что проекции наклонных участков выбоины (её «стенок») на горизонтальную плоскость много меньше радиуса выбоины, а шайба никогда не отрывается от поверхности и является точечной.
- Место установки ворот изображено на рисунке. Считайте, что их размеры малы.
- Для геометрических построений и получения числовых значений, необходимых для решения задачи, используйте график, построенный на отдельном листе.
- Не забудьте сдать этот лист вместе с остальными.

Задача №2. Молекулярка

Идеальный двухатомный газ совершает циклический процесс, состоящий из четырёх последовательных участков: $1-2$, $2-3$, $3-4$ и $4-1$. Пусть p , V и n — давление, объём и концентрация газа, а p_0 , V_0 и n_0 — некоторые постоянные величины, причём $n_0 V_0 = N_0$, где N_0 — неизменное число молекул газа.

Если изобразить этот цикл на диаграмме состояний в координатах p/p_0 (ордината) и V/V_0 (абсцисса), то участки $1-2$ и $3-4$ представляют собой отрезки, лежащие на прямых, проходящих через начало координат. Точка 2 имеет наибольшую ординату в цикле, а участок $4-1$ содержит точку с координатами $(1,1)$. Углы наклона участков $1-2$ и $3-4$ к оси абсцисс отличаются на α . Масштаб осей на графике — одинаковый.

Если изобразить этот же цикл на диаграмме состояний в координатах p/p_0 (ордината) и n/n_0 (абсцисса), то теперь уже участки $2-3$ и $4-1$ представляют собой отрезки, лежащие на прямых, проходящих через начало координат. Масштаб осей на этом графике — также одинаковый.

Известно, что КПД цикла идеальной тепловой машины, построенного между максимальной и минимальной температурами, достигаемыми в ходе данного цикла, равно $\eta_K = 0,5$.

1. Найдите углы наклона прямых, содержащих отрезки $2-3$ и $4-1$ на диаграмме состояний в координатах $p/p_0 - n/n_0$.

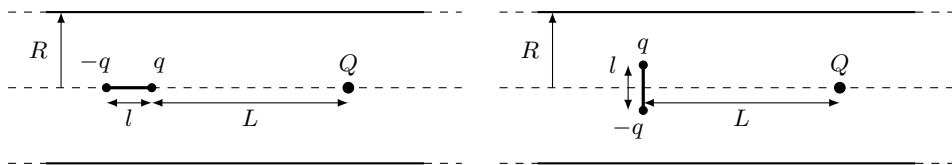
2. Постройте (качественно) рассматриваемый цикл на диаграмме состояний в координатах n/n_0 (ордината) и T/T_0 (абсцисса), где T — абсолютная температура, а $p_0 = n_0 k T_0$. Отметьте на полученном графике известные точки/точку и значения.

3. Какие значения может принимать КПД данного цикла?

4. Найдите диапазон возможных КПД для значения угла $\alpha = \pi/3$.

5. Найдите диапазон возможных КПД для значения угла $\alpha = \pi/6$.

Задача №3. Электростатический этюд



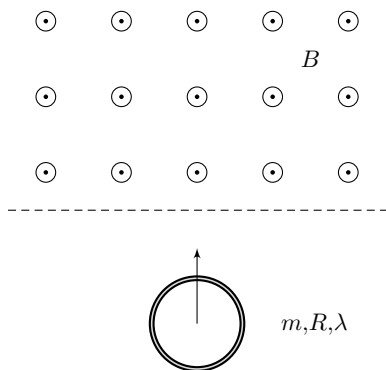
На оси бесконечной цилиндрической полости радиусом R с проводящими стенками находится электрический диполь с зарядами q и $-q$ и плечом l . На расстоянии L от него также на оси расположен электрический заряд Q . При этом $l \ll R, L$. На заряд Q действует сила F_Q . Электрический диполь в этой системе

разворачивают на 90° , так что ось полости становится серединным перпендикуляром к плечу диполя, а расстояние до заряда не меняется. В этом случае на диполь действует сила F_D .

1. Найдите отношение $\frac{F_Q}{F_D}$.

Задача №4. Кольцо на границе

В полупространстве создано вертикальное однородное магнитное поле с индукцией B . На гладкой горизонтальной плоскости, касаясь границы области, с магнитным полем, лежит жёсткое непроводящее тонкое кольцо массой m и радиусом R . Кольцо равномерно заряжено с линейной плотностью заряда λ . Кольцу сообщают некоторую начальную скорость, вектор которой горизонтален и перпендикулярен границе области с магнитным полем, при этом до пересечения области с магнитным полем кольцо движется поступательно.



1. Пусть начальная скорость кольца такова, что оно полностью оказалось в магнитном поле. Определите угловую скорость вращения кольца сразу после этого.
2. Определите минимальное значение начальной скорости $v_{\min}$, при которой кольцо целиком окажется в области магнитного поля.
Сообщим кольцу скорость $v_0 > v_{\min}$.
3. Определите угол θ , который будет составлять вектор скорости центра кольца с границей области магнитного поля сразу после того, как кольцо полностью пересечёт границу.
4. Определите максимальное расстояние $y_{\max}$ от границы, на которое удалится центр кольца.

Примечание. При решении задачи вам может потребоваться вычислить следующий интеграл:

$$\int \arccos z \, dz = z \arccos z - \sqrt{1 - z^2} + \text{const}.$$

Задача №5. RLC-метр

RLC-метр это прибор, позволяющий непосредственно измерять сопротивления, индуктивности и емкости. В него встроены генератор синусоидального напряжения, а также вольтметры, позволяющие измерять напряжения на выходах прибора и на резисторе, подключенном к одному из выводов. Таким образом, прибор определяет соотношение амплитуд протекающего через него тока и напряжения на выходах. По этим измеренным значениям и известной частоте рассчитывается значение измеряемой величины (индуктивности, емкости или сопротивления в зависимости от режима).

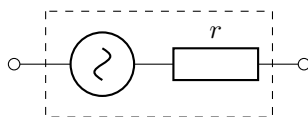


Схема *RLC*-метра

Экспериментатор Глюк взял катушку с индуктивностью L и конденсатор с емкостью C . В первом эксперименте он соединил их последовательно, подключил к *RLC*-метру и снял показания в двух режимах работы. В режиме измерения индуктивности показания были равны $L_1 = 6,20$ мГн, а в режиме измерения емкости — $C_1 = 2,84$ мкФ. Во втором эксперименте те же самые элементы были соединены параллельно и подключены к тому же прибору. В режиме измерения индуктивности прибор показал $L_2 = 21,3$ мГн. Частота при всех этих измерениях поддерживалась одинаковой.

1. Какое значение C_2 покажет *RLC*-метр в режиме измерения емкости во втором эксперименте? Получите формулу и численное значение.

2. Чему равны индуктивность L и емкость C используемых Глюком катушки и конденсатора? Получите формулы и численные значения.

3. Пусть теперь измерения производятся для неидеальной катушки, индуктивность которой $L = 10,0$ мГн, а сопротивление $R = 5,0$ Ом. При каких значениях частоты f , на которой производятся измерения, связанная с сопротивлением погрешность определения индуктивности меньше 0,1 %? Считайте, что реальную катушку можно представить как последовательно соединенные идеальную катушку и резистор.

4. К катушке из предыдущего пункта Глюк последовательно присоединил конденсатор с емкостью $C = 1,00$ мкФ. Экспериментатор провел измерения индуктивности полученной цепи RLC -метром в максимально широком диапазоне частот. Постройте качественный график зависимости измеренных значений индуктивности от частоты. Укажите характерные точки и асимптотики зависимости индуктивности от частоты в пределе малых и больших частот.