

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ 2025-26

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

10-11 класс

Профиль «Робототехника»

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит решить теоретические задачи.

Время выполнения заданий теоретического тура 3 часа (180 минут).

Вам предлагаются 13 задач, из которых 9 задач с номерами от 10-01 до 10-09 являются общими, а 4 задачи с номерами от 10-10 до 10-13 являются специализированными.

Специализированные задачи имеют следующие специализации: Гуманоидная робототехника, Летательная робототехника, Манипуляторы и Колёсная робототехника.

Для того, чтобы выполнить полностью задания теоретического тура и набрать максимальный балл, вам необходимо решить все 13 задач.

Решения задач вы должны оформить на листах с индивидуальным кодом.

Ответы на задачи должны быть внесены в Бланк Ответов с индивидуальным кодом.

В Бланк Ответов вносятся только целые числа без указания размерности. Если в решении у вас получилось дробное число в ответе, то его нужно округлить по математическим правилам округления. В бланке ответов не должно быть никаких посторонних надписей или пометок или подписей. Ответы в бланке ответов должны быть без исправлений и подчисток. Если в процессе заполнения бланка ответов произошла ошибка, то вам следует заново заполнить бланк начисто. Бланк с ошибкой должен быть перечёркнут по диагонали и передан сотруднику оргкомитета олимпиады для уничтожения. При заполнении бланка ответов каждая цифра должна быть вписана в отдельное поле. Число ответа, состоящее из одной или нескольких цифр должно быть вписано в поля ответа начиная с самого левого поля. Если вы не смогли решить задачу или не приступали к решению задачи, то поля ответа для этих задач должны оставаться пустыми. Внизу под ответами необходимо вписать контрольную сумму. Контрольная сумма – это целочисленное число, которое является суммой всех ответов.

Пример вычисления контрольной суммы:

- допустим, что это есть ответы на выполненные задачи: 10, 3, 1000, 45, 13
- вычисление контрольной суммы: $10 + 3 + 1000 + 45 + 13 = 1071$
- в поле для контрольной суммы вносим число 1071.

Выполнение теоретических задач целесообразно организовать следующим образом:

- постарайтесь сначала решить лёгкие задачи, которые оцениваются в 1 балл и только затем приступайте к более сложным.

– после выполнения всех предложенных заданий еще раз удостоверьтесь в правильности выбранных Вами ответов и решений.

- Перед заполнением бланка ответов выпишите числа ответов и контрольной суммы в черновике и только затем переносите цифры в бланк ответов.

Предупреждаем Вас, что:

- оценка за каждую задачу может быть только одна. За правильный ответ выставляется оценка равная числу баллов, указанному в условиях задач. За неправильный ответ выставляется оценка 0. Выставление оценок за частично выполненное решение не предусмотрено.

- каждый ответ должен быть подтверждён решением, записанным в бланке решений.

- оценка за задачу может быть снижена до нуля, если решение не соответствует ответу или решения в бланке решений нет.

Задание теоретического тура считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

Решения задач должны быть записаны на бланке решений. Ответ на бланке решений должен совпадать с ответом на бланке ответов. В случае отсутствия решения на бланке решений ваш ответ за задачу может быть аннулирован.

Максимальная оценка за тур – 30 баллов.

Задача номер	баллы
10-01	5
10-02	1
10-03	2
10-04	5
10-05	3
10-06	3
10-07	3
10-08	3
10-09	1
10-10	1
10-11	1
10-12	1
10-13	1
сумма	30

Общие задачи

Задача 10-01. Навигация. 5 баллов.

Условие:

Робот оборудован лидаром и инерциальным измерительным устройством (IMU). Эта комбинация оборудования позволяет ему измерять азимуты на интересующие объекты относительно абсолютного нулевого направления на земле.

Абсолютное нулевое направление на земле совпадает с направлением положительной оси X на горизонтальной плоскости в системе координат на земле с точностью 1 градус.

Робот измерил азимуты (Yaw) двух маяков. В стандартной декартовой системе координат Yaw измеряется в градусах против часовой стрелки. Координаты и номера маяков роботу известны. По измерениям азимутов на два маяка робот может рассчитать собственную позицию на оси X .

Маяк №1: $X = 10$ м, $Y = -0.5$ м,

Маяк №2: $X = 10$ м, $Y = 0.5$ м

Размер самого маяка 0.05 м. На близком расстоянии от маяка точность измерения азимута снижается, так как размер маяка размывает точность определения азимута.

Робот движется вдоль оси X от начала координат по направлению к маякам.

Найти координату X , на которой точность определения собственной позиции наивысшая.

Ответ округлить до целых метров.

Задача 10-02. Компьютерное зрение. 1 балл.

Условие:

В популярной библиотеке OpenCV центр координат матрицы изображения принято размещать в левом верхнем углу. При этом положительные значения оси X направлены вправо, а положительные значения оси Y направлены вниз. Параметрическое представление прямой на изображении состоит из двух величин (ρ, θ) : θ – theta – [тетта] – выражается в радианах и обозначает угол наклона нормали к линии. Нормаль – это отрезок, который перпендикулярен к линии и один конец которого находится в центре координат, а другой находится на линии. 0 радиан – это вертикальная линия, $\pi/2$ радиан – это горизонтальная линия. Углы θ исчисляются от положительной оси X по часовой стрелке.

ρ – rho – [ро] – расстояние от начала координат до ближайшей точки на линии или длина нормали.

$\rho > 0$, если нормаль находится справа от оси Y ,

$\rho < 0$, если нормаль находится слева от оси Y

Матрица изображения размерами в пикселях $(w, h) = (640, 480)$, где w — это ширина, h — это высота матрицы, состоит из бинарных пикселей. Бинарный пиксель может иметь или яркость 0 (черный цвет) или яркость 1 (белый цвет).

На черной бинарной матрице изображения белыми пикселями проведен растровый отрезок, который является частью линии с параметрами $(350, \pi/4)$. Растровый отрезок — это отрезок толщиной в один пиксель, в котором каждый пиксель соседствует со следующим пикселем или по вертикали, или по горизонтали или по диагонали. Из скольких белых пикселей состоит отрезок?

Задача 10-03. Механика. 2 балла.

Условие

Ты проектируешь робота, поднимающего детали на конвейере. Робот имеет плечо, на конце которого находится захват.

Исходные данные:

- Длина плеча: $L = 300$ мм.
- Масса захвата с грузом: $m = 0,5$ кг.
- Максимальное ускорение захвата: $a_{\text{max}} = 50$ м/с².

Привод:

- Передаточное число редуктора привода: $i = 100$.
- Момент инерции ротора двигателя: $J_{\text{рот}} = 0,0001$ кг*м².

Вопрос:

Оценивая момент инерции нагрузки, приведенный к валу двигателя, считать, что вся масса (m) сосредоточена на конце рычага длиной L .

В момент начала движения с максимальным ускорением a_{max} для подъёма детали, рассчитай динамический момент (момент сил для разгона), который должен развить двигатель на валу для обеспечения ускорения a_{max} , без учёта сил тяжести и трения. Ответ запиши в Н*см и округли до целых.

Задача 10-04. Механика. 5 баллов.

Условие:

Ты проектируешь автономного колесного робота для механической прополки междурядий на поле с овощными культурами (например, морковью). Робот отличает культурное растение от сорняка и удаляет сорняк, срезая его стебель.

Исходные данные

- Сорняк:

Диаметр стебля сорняка у земли: $d_{\text{сорн}} = 0,005$ м.

- Робот:

Рабочий орган: вращающийся бритвенный диск (фреза) диаметром $D_{\text{фр}} = 0,12$ м.

- Механика удаления сорняка:

Для срезания сорняка фрезой требуется усилие резания на один стебель: $F_{\text{рез}} = 2 \text{ Н}$.

Рассмотри следующий режим срезания сорняка фрезой.

1. Рассчитай окружную скорость $v_{\text{окр}}$ фрезы, необходимую для того, чтобы обеспечить время взаимодействия лопасти со стеблем сорняка $t_{\text{вз}} = 0,005 \text{ с}$ (для чистого среза). Найди частоту вращения ω .

2. Рассчитай момент сопротивления $M_{\text{сопр}}$ на валу фрезы при одновременном срезании $N=3$ сорняков, считая, что сила $F_{\text{рез}}$ приложена на радиусе $R_{\text{фр}} = D_{\text{фр}} / 2$.

Оцени мощность на валу фрезы. Ответ запиши в Вт и округли до целых.

Задача 10-05. Алгоритмы. 3 балла.

Условие

Одномерный бинарный куб состоит из двух вершин - 0 и 1. Двумерный из четырех - 00, 01, 10, 11. Вы находитесь в некоторой вершине десятимерного куба. За один ход вы можете перейти в вершину, кодировка которой отличается от кода текущей в одном бите. За какое минимальное число ходов можно побывать во всех вершинах этого десятимерного куба?

Задача 10-06. Алгоритмы. 3 балла.

В этой задаче нумерация в массиве с нуля.

В алгоритмах есть понятие префиксной суммы. Для массива $a [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$ это массив $p = [0, a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \dots, a_1 + \dots + a_n]$. Такой массив позволяет находить суммы элементов с k -го по m -й за одну операцию вычитания:

$$a_k + a_{k+1} + \dots + a_m = p_{m+1} - p_k$$

Обобщите префиксные суммы на двумерные массивы.

Предположим, что в практической задаче возникла необходимость искать среднее значение яркости в части изображения. Изображения FullHD (1920x1080), часть изображения, в которой нужно найти среднее, всегда в двадцать раз меньше полного по каждой оси.

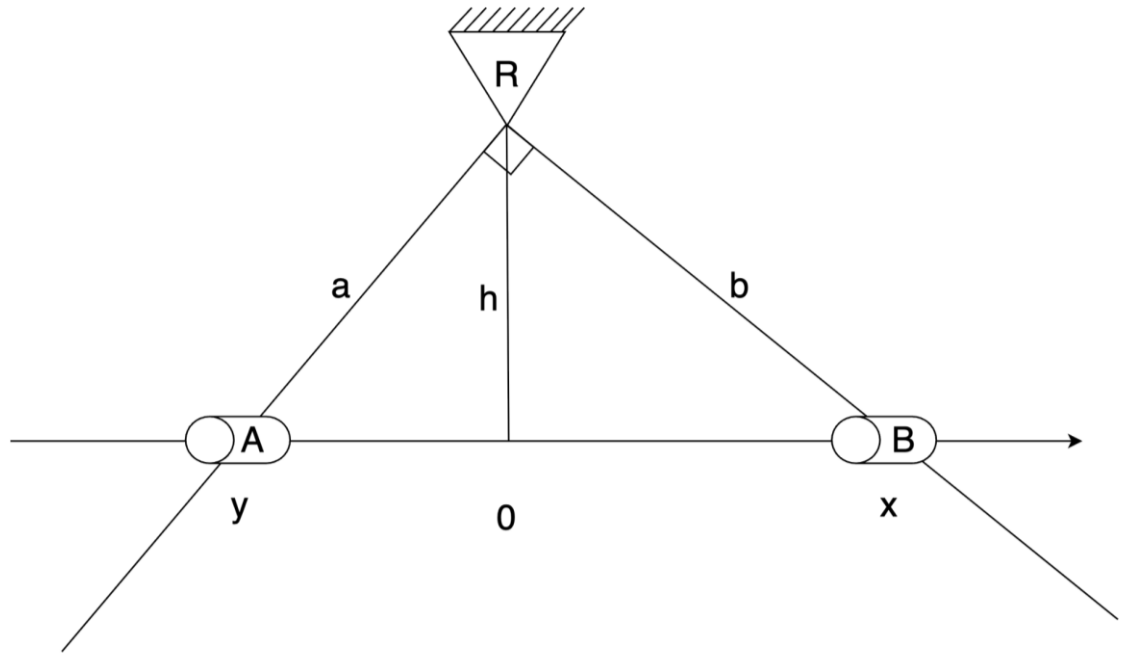
Есть два варианта, как можно действовать. Первый вариант – просто считать сумму в двойном цикле, а затем разделить на число пикселей. Второй вариант – посчитать массив префиксных сумм, а затем использовать более быстрый вариант нахождения суммы, после чего тоже разделить на число пикселей. Второй вариант имеет смысл использовать, когда нужно многократно находить средние. Найдите минимальное число операций поиска среднего, при котором использование второго подхода приведет к меньшему числу операций работы с массивами.

Операцией с массивом считается запись в ячейку или считывание из ячейки.

Задача 10-07. Теория управления. 3 балла.

Условие

Рассмотрим следующую механическую систему



Горизонтальная направляющая, обозначенная стрелкой вправо, неподвижна в лабораторной системе отсчета, как и крепление R. Втулки A и B свободно скользят по направляющей. Угол между AR и BR всегда составляет 90 градусов, то есть ARB – это прямоугольный треугольник в каждый момент времени.

Пусть моментальная длина RA равна a , моментальная длина RB равна b .

На направляющей нанесены сантиметровые отметки, в точке 0 стоит отметка 0, ось направлена вправо, высота h составляет 40 см.

Точка A начинает движение вправо из координаты -200 со скоростью 10 см/с и движется в течение 15 секунд. Какой путь преодолеет точка B?

Задача 10-08. Алгоритмы компьютерного зрения. 3 балла.

Условие

RANSAC (Random Sample Consensus) – итеративный алгоритм оценки параметров математической модели из данных, содержащих значительное количество выбросов. Был предложен в 1981 году Фишлером и Боллесом.

Алгоритмом RANSAC можно провести наилучшую прямую через набор точек, среди которых есть точки, появившиеся в результате наложения шума на измерения.

При реализации алгоритма следует набор точек разделить на точки, которые соответствуют критериям выбора (inliers) и на точки, которые не соответствуют критериям выбора (outliers) – как правило это и есть шум.

Дан набор измерений из следующих точек в координатной системе (X;Y):

- 1) (3;1)
- 2) (4;6)
- 3) (5;4)
- 4) (4;2)

Нужно проверить соответствие точек прямой, которая выражается формулой:

$$Y = 1.5 * X - 3$$

Для этого нужно рассчитать отклонение точки от прямой, которое равно кратчайшему расстоянию от точки до прямой. Затем надо отбросить те точки, которые имеют отклонение больше, чем среднеквадратичное отклонение, они относятся к группе outlier. Из оставшихся точек надо рассчитать среднеквадратичное отклонение точек, вошедших в группу inlier. Ответ – это среднеквадратичное отклонение точек из группы inlier от прямой, умноженное на 100 и округлённое.

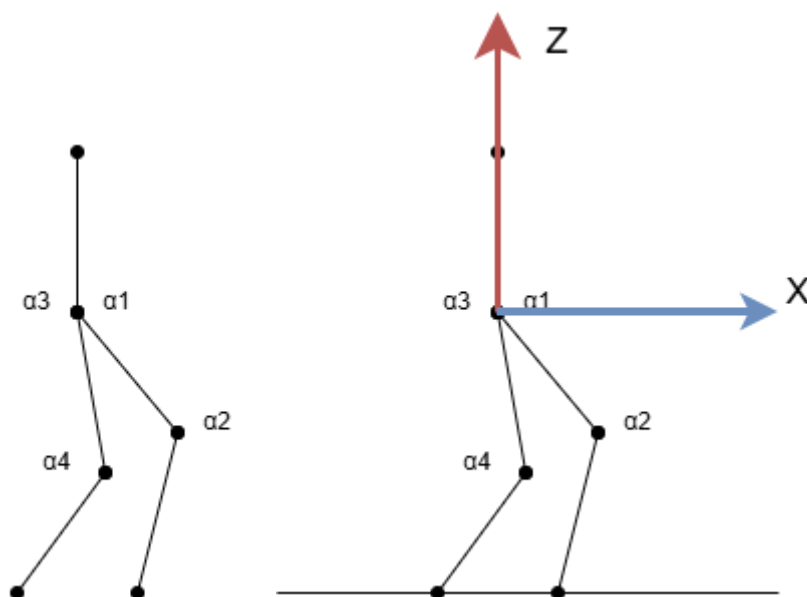
Задача 10-09. Навигация. 1 балл.

Ровер с лидаром едет из точки (0, 0) в точку (50, 50) по кратчайшему пути со скоростью 5 м/с. Лидар фиксирует расстояние и направление положения объектов. Находясь в точке (0,0) лидар, зафиксировал объект на расстоянии $50\sqrt{2}$ по направлению движения ровера, также известно, что начальная скорость зафиксированного объекта была 0 м/с и движется он по вертикальной оси с постоянным ускорением. В точке (25, 25) ровер повторно зафиксировал объект, угол между направлением движения ровера и направления на объект φ ,

$$\text{tg}(\pi/4 - \varphi) = 0.5$$

Найти ускорение неопознанного летающего объекта, ответ записать в м/с^2 . Координаты даны в метрах

Задача 10-10. Гуманоидная робототехника. 1 балл.



Пятизвенный плоский шагающий гуманоидный робот – это упрощённая виртуальная модель робота, на которой удобно проверять математические и алгоритмические основы прямохождения. Робот состоит из 5 звеньев одинаковой длины равной единице. Вес робота распределен таким образом, что центр масс находится в точке соединения 3-х звеньев, когда робот выпрямлен в позу «смирно». Для упрощения вычислений следует пренебречь изменением позиции точки центра масс при изменении позы робота. Все процессы происходят в одной плоскости, поэтому ось Y отсутствует. Робот снабжен 4 сочленениями, в которых установлены вращающиеся актуаторы, позиционные углы которых обозначаются $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. Если $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$, то робот выпрямлен в одну прямую линию, в позу «смирно», и выглядит как три последовательно соединённых отрезка. α_1 и α_2 – это позиция бедра и колена правой ноги, α_3 и α_4 – это позиция бедра и колена левой ноги. Позиции актуаторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ принимают положительные угловые значения, если находятся по направлению движения часовой стрелки от нуля. α_1, α_3 могут принимать как положительные значения, так и отрицательные значения. α_2 и α_4 не могут принимать отрицательные значения. У робота есть своя система координат, которая привязана к корпусу таким образом, что пересечение осей X и Z находится в точке соединения 3-х звеньев, а ось Z параллельна верхнему звену (корпусу).

Правая стопа робота должна занять точку с координатами $x = 0,7; z = -0,6$.

Какой угол должен принять α_1 ? Ответ округлить до целых градусов и умножить на -1.

Задача 10-11. Летательная робототехника. 1 балл.

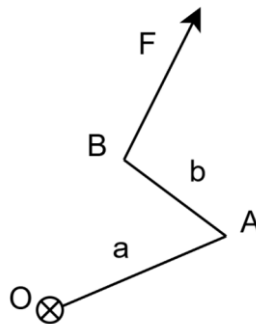
Сопротивление у беспилотных летательных аппаратов самолётного типа складывается из двух основных составляющих: сопротивления трения (X_0) и индуктивного сопротивления, возникающего из-за подъёмной силы (коэффициент индуктивного сопротивления выражается формулой $C_{xi} = C_y^2 / (\pi * \lambda)$). Определите на какой скорости должен лететь беспилотник в горизонтальном полёте, чтобы достичь максимального аэродинамического качества, определяемого как отношение подъёмной силы ($Y = C_y * (\rho v)^2 / 2$) к силе сопротивления ($X = C_x * (\rho v)^2 / 2$). Где C_x и C_y безразмерные коэффициенты силы

сопротивления и подъёмной силы. Известно, что самолёт имеет массу 10 кг, плотность воздуха на высоте полёта 1.3 кг/м^3 , крыло имеет площадь 0.03 м^2 , удлинение $\lambda=12$, а коэффициент сопротивления трения $C_{x0} = 0.02$. Выразите скорость в м/с и округлить до целых, g принять за 10 м/с^2 , $\pi=3.14$

Задача 10-12. Манипуляторы. 1 балл.

Условие:

Манипулятор, состоящий из двух звеньев длины $a = 40 \text{ см}$ и $b = 30 \text{ см}$, вращается в плоскости рисунка с постоянной угловой скоростью $\omega = 2 \text{ рад/с}$ относительно оси, проходящей через точку O . В захвате в точке B находится груз. Масса груза с захватом равна $m = 1 \text{ кг}$. На захват с грузом действует центробежная сила. Найти минимальный момент сил в приводе в точке A , необходимый для удержания груза с захватом, если угол OAB равен $\beta = 60$ градусов. Ответ вырази в Н*м, округлив до целых.



Задача 10-13. Колёсная робототехника. 1 балл.

Условие:

Ты – главный инженер проекта по созданию автономного колесного робота для круглосуточного патрулирования промышленной зоны. Робот должен работать в любую погоду, объезжать препятствия и иметь большой запас хода.

Исходные данные:

Масса шасси с базовой электроникой: $m_{\text{шасси}} = 80 \text{ кг}$.

Коэффициент трения качения (на асфальте): $\mu_{\text{кач}} = 0,04$.

Коэффициент лобового сопротивления: $C_x = 0,9$; площадь Миделя: $A = 1,2 \text{ м}^2$

Плотность воздуха: $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$

Ускорение свободного падения: $g \approx 10 \text{ Н/кг}$.

Сила аэродинамического сопротивления воздуха рассчитывается как:

$$F_{\text{возд}} = 0,5 * C_x * \rho * A * v_{\text{ср}}^2.$$

Средняя скорость патрулирования: $v_{\text{ср}} = 6 \text{ км/ч} \approx 1,67 \text{ м/с}$.

Рассчитай силу сопротивления качению $F_{\text{кач}}$ и силу аэродинамического сопротивления $F_{\text{возд}}$ при скорости патрулирования $v_{\text{ср}}$, и найди суммарную силу сопротивления.

Рассчитай и запиши в ответе минимальную механическую мощность на колесах $P_{\text{мех}}$, необходимую для движения по асфальту с постоянной скоростью $v_{\text{ср}}$. Ответ вырази в Вт, округлив до целых.