

Разбор задач

Задача 1. Олимпиада

Таня участвовала в олимпиаде во вторник, а Аня — не в понедельник, значит, Аня участвовала в среду, а Даша — в понедельник.

Олимпиада по математике проходила не в среду, но и в понедельник она тоже не могла состояться, т.к. Даша участвовала не в математике. Значит, математика была во вторник. Тогда информатика была в понедельник, а русский язык — в среду.

Ответ: Аня участвовала в олимпиаде по русскому языку в среду, Даша — в олимпиаде по информатике в понедельник, Таня — в олимпиаде по математике во вторник.

Задача 2. Двухкомандный вычислитель

В первом вопросе нужно выполнить данный алгоритм, получится 63.

Чтобы результат исполнения алгоритма изменился при перестановке двух команд, это должны быть различные команды. Пусть текущее число равно x . Если выполнить сначала команду «1», а затем команду «2», то получится $2x + 2$. Если, наоборот, выполнить сначала «2», а потом «1», то получится $2x + 1$. Поэтому для уменьшения значения выражения нужно набор команд «12» заменить на «21», а для увеличения — «21» заменить на «12».

Чтобы такая замена повлияла на ответ как можно больше, её нужно выполнить в начале последовательности, чтобы к изменению впоследствии применились команды умножения на 2.

Поэтому для ответа на второй вопрос нужно заменить «12» в позициях 2 и 3 на «21», и результат станет 55.

Для ответа на третий вопрос нужно заменить «21» в позициях 4 и 5 на «12», получив 67.

Если можно менять местами произвольные команды, то максимальное увеличение результата даст последняя команда «2» — и наоборот, чем раньше стоит команда «2», тем меньше она влияет на итоговый результат.

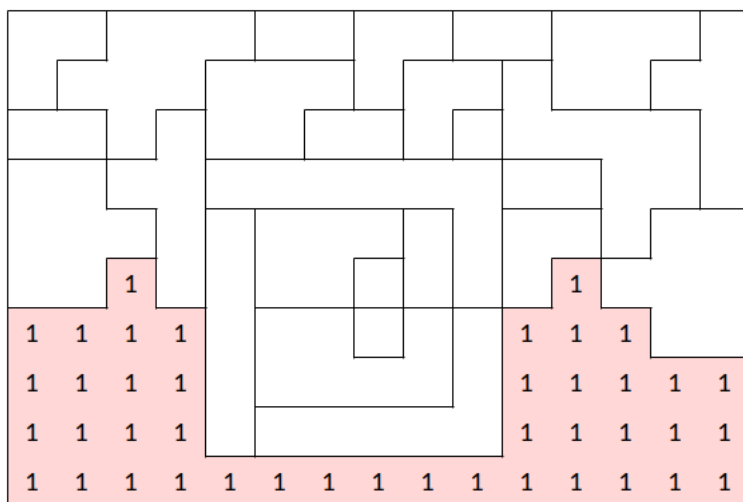
Поэтому для получения наименьшего значения нужно последнюю команду «2» в позиции 11 поменять с командой «1» в позиции 1, получится 33.

Для получения наибольшего результата нужно взять первую команду «2» в позиции 3 и поменять её с последней командой «1» в позиции 12, тогда результат примет значение 92.

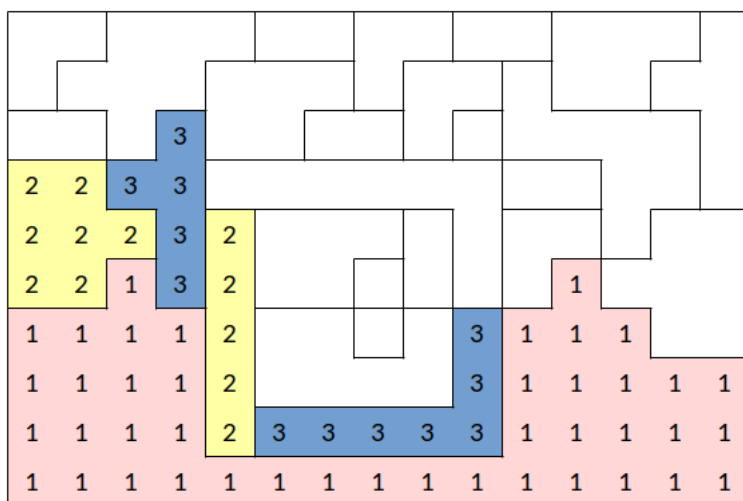
Задача 3. Раскраска карты

Известный математический факт заключается в том, что для раскраски любой карты на плоскости достаточно четырёх цветов. Карту из примера можно покрасить в три цвета, но это не столь просто.

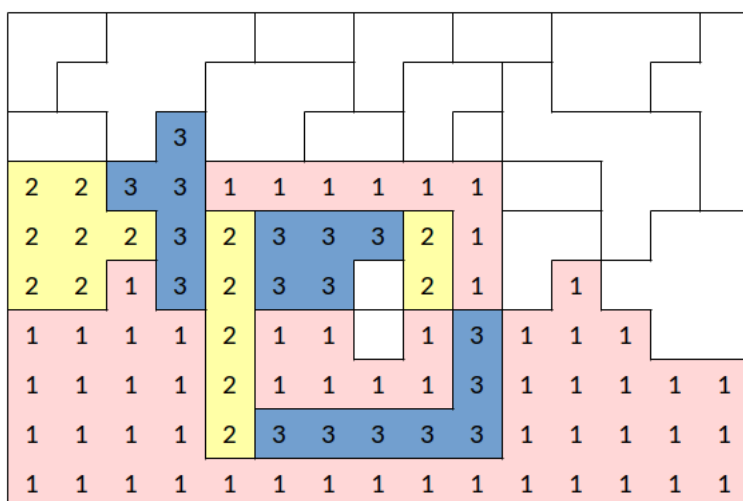
Сначала покрасим в цвет 1 большую область в нижней части карты.



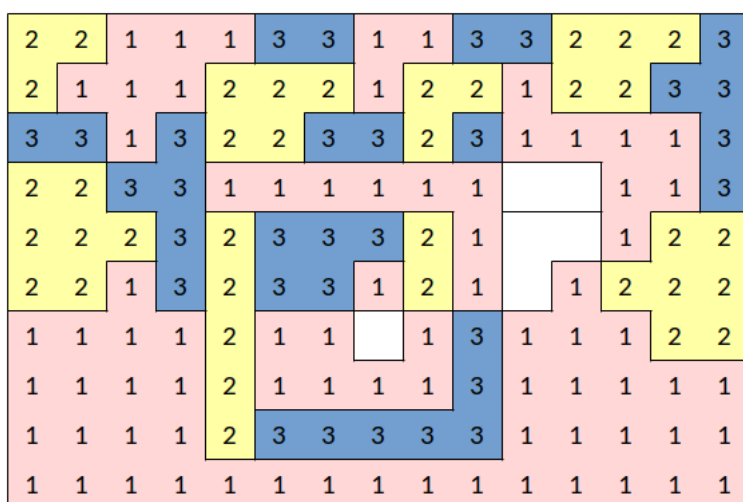
Затем прилегающие к ней области покрасим в цвета 2 и 3, чередуя их.



Дальше мы не можем продолжить покраску, т.к. не получается выбрать следующий цвет: 2 или 1. Тогда пойдём вверх, выбирая область, которая уже граничит с областями, покрашенными в два разных цвета, выберем для неё третий цвет.



Это позволит покрасить большую часть карты.



Осталось совсем немного областей, для их покраски есть разные варианты.

2	2	1	1	1	3	3	1	1	3	3	2	2	2	3
2	1	1	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	3	3
3	3	1	3	2	2	3	3	2	3	1	1	1	1	3
2	2	3	3	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	3
2	2	2	3	2	3	3	3	2	1	3	3	1	2	2
2	2	1	3	2	3	3	1	2	1	3	1	2	2	2
1	1	1	1	2	1	1	2	1	3	1	1	1	2	2
1	1	1	1	2	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1
1	1	1	1	2	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Задача 4. Прикольные числа

Несложно заметить, что выполнить все критерии невозможно, т.к. если в числе есть цифра 8 и две пары различных цифр, то в числе будут две цифры 8 и тогда сумма цифр не может быть равна 14. Значит, нужно рассмотреть числа, для которых выполнялись бы три критерия из четырёх.

Чтобы получить наименьшее число, на первое место поставим цифру 1, на второе — 0. Осталось добавить ещё две цифры, отказавшись от одного правила. Последнее правило сложно выполнить, т.к. в этом случае нам придётся добавить ещё одну цифру 1 и цифру 0, тогда не будут выполнены правила 1 и 2. Откажемся от этого правила, тогда нужно добавить две цифры, одна из которых — 8, а сумма всех цифр равна 14. Значит, ещё одна цифра равна 5. Минимальное подходящее число — 1058.

Чтобы получить наибольшее число, на первое место поставим цифру 9. На второе место нельзя поставить ещё одну цифру 9, т.к. тогда перестанут выполняться правила 2 и 3. Поставим на второе место цифру 8. Теперь чтобы выполнить правила 3 и 4 (соседние цифры должны различаться, в числе две пары равных цифр) добавим ещё цифры 9 и 8. Наибольшее подходящее число — 9898.

Задача 5. Собрание сочинений

В последовательности томов 6 2 7 8 4 5 1 9 3 пары томов 7 8 и 4 5 уже стоят рядом, поэтому эти пары не надо разделять и они всегда будут переставляться вместе. Все остальные пары соседних томов нужно будет разделить, и тогда последовательность томов разбивается на фрагменты

$$6 - 2 - 7\ 8 - 4\ 5 - 1 - 9 - 3$$

Всего 7 фрагментов. Из них можно выбрать три фрагмента, уже идущих по возрастанию номеров томов: 2 — 4 5 — 9 (получится выбрать и другие три фрагмента, но не четыре фрагмента, идущих по возрастанию). Оставшиеся четыре фрагмента необходимо вставить в требуемом порядке между тремя уже упорядоченными фрагментами, для этого понадобятся четыре операции. За три операции задачу решить нельзя.

Пример решения (оставим для наглядности знаки «—», но в ответе их быть не должно).

$$6 - 2 - 7\ 8 - 4\ 5 - 1 - 9 - 3$$

$$2 - 7\ 8 - 4\ 5 - 6 - 1 - 9 - 3$$

$$2 - 4\ 5 - 6 - 7\ 8 - 1 - 9 - 3$$

1 – 2 – 4 5 – 6 – 7 8 – 9 – 3

1 – 2 – 3 – 4 5 – 6 – 7 8 – 9