

10 класс

Задача 1.1. Назовите максимальное натуральное число $n > 100$ такое, что при стирании двух последних цифр оно уменьшается ровно в 112 раз?

Задача 1.2. Назовите максимальное натуральное число $n > 100$ такое, что при стирании двух последних цифр оно уменьшается ровно в 113 раз?

Задача 1.3. Назовите максимальное натуральное число $n > 100$ такое, что при стирании двух последних цифр оно уменьшается ровно в 114 раз?

Задача 1.4. Назовите максимальное натуральное число $n > 100$ такое, что при стирании двух последних цифр оно уменьшается ровно в 115 раз?

Задача 2.1. В конкурсе участвовало несколько танцевальных пар. Каждый пожал руку всем остальным, кроме себя и своего партнера. Всего было сделано 20200 рукопожатий. Сколько было пар?

Задача 2.2. В конкурсе участвовало несколько танцевальных пар. Каждый пожал руку всем остальным, кроме себя и своего партнера. Всего было сделано 80400 рукопожатий. Сколько было пар?

Задача 3.1. Последовательность целых чисел $\{x_n\}$ такова, что $x_1 = 1000$ и $x_{n+1} = |x_n - 7|$ для всех $n > 1$. Найдите такое минимальное n , что $x_{n+2} = x_n$.

Задача 3.2. Последовательность целых чисел $\{x_n\}$ такова, что $x_1 = 1100$ и $x_{n+1} = |x_n - 6|$ для всех $n > 1$. Найдите такое минимальное n , что $x_{n+2} = x_n$.

Задача 3.3. Последовательность целых чисел $\{x_n\}$ такова, что $x_1 = 1300$ и $x_{n+1} = |x_n - 7|$ для всех $n > 1$. Найдите такое минимальное n , что $x_{n+2} = x_n$.

Задача 3.4. Последовательность целых чисел $\{x_n\}$ такова, что $x_1 = 1400$ и $x_{n+1} = |x_n - 11|$ для всех $n > 1$. Найдите такое минимальное n , что $x_{n+2} = x_n$.

Задача 4.1. На праздновании Нового Года 40 школьников встали в хоровод. Каждую минуту один из школьников, которому не дарили подарков и который не дарил подарок, дарит подарок одному из двух ближайших **слева** соседей (можно дарить подарок школьнику, даже если у него уже есть подарок). Когда каждый школьник подарил или получил хотя бы один подарок, обмен подарками заканчивается.

(а) (2 балла) Какое максимальное количество школьников могло получить подарки?

(б) (5 баллов) Какое минимальное количество школьников могло получить подарки?

Задача 4.2. На праздновании Нового Года 43 школьника встали в хоровод. Каждую минуту один из школьников, которому не дарили подарков и который не дарил подарок, дарит подарок одному из двух ближайших **слева** соседей (можно дарить подарок школьнику, даже если у него уже есть подарок). Когда каждый школьник подарил или получил хотя бы один подарок, обмен подарками заканчивается.

- (а) (2 балла) Какое максимальное количество школьников могло получить подарки?
- (б) (5 баллов) Какое минимальное количество школьников могло получить подарки?

Задача 4.3. На праздновании Нового Года 46 школьников встали в хоровод. Каждую минуту один из школьников, которому не дарили подарков и который не дарил подарок, дарит подарок одному из двух ближайших **слева** соседей (можно дарить подарок школьнику, даже если у него уже есть подарок). Когда каждый школьник подарил или получил хотя бы один подарок, обмен подарками заканчивается.

- (а) (2 балла) Какое максимальное количество школьников могло получить подарки?
- (б) (5 баллов) Какое минимальное количество школьников могло получить подарки?

Задача 5.1. В описанном четырехугольнике $ABCD$ оказалось, что $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. Известно, что $AB = 5$, $BC = 3$. Найдите, чему равно CD .

Задача 5.2. В описанном четырехугольнике $ABCD$ оказалось, что $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. Известно, что $AB = 4$, $BC = 3$. Найдите, чему равно CD .

Задача 5.3. В описанном четырехугольнике $ABCD$ оказалось, что $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. Известно, что $AB = 7$, $BC = 5$. Найдите, чему равно CD .

Задача 5.4. В описанном четырехугольнике $ABCD$ оказалось, что $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. Известно, что $AB = 10$, $BC = 6$. Найдите, чему равно CD .

Задача 6.1. Каждый член последовательности натуральных чисел, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а восьмой член равен 1313.

- (а) (5 баллов) Сколько существует таких последовательностей?
- (б) (2 балла) Чему равен второй член последовательности, если первый равен 13?

Задача 6.2. Каждый член последовательности натуральных чисел, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а восьмой член равен 2613.

- (а) (5 баллов) Сколько существует таких последовательностей?
- (б) (2 балла) Чему равен второй член последовательности, если первый равен 13?

Задача 6.3. Каждый член последовательности натуральных чисел, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а восьмой член равен 3900.

- (а) (5 баллов) Сколько существует таких последовательностей?
- (б) (2 балла) Чему равен второй член последовательности, если первый равен 13?

Задача 6.4. Каждый член последовательности натуральных чисел, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а восьмой член равен 650.

(а) (5 баллов) Сколько существует таких последовательностей?

(б) (2 балла) Чему равен второй член последовательности, если первый равен 13?

Задача 7.1. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что касательная в точке D к описанной окружности параллельна биссектрисе угла ABC . Оказалось, что $\angle ABD = 10^\circ$ и $\angle DBC = 92^\circ$. Найдите $\angle BCA$. Ответ выразите в градусах.

Задача 7.2. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что касательная в точке D к описанной окружности параллельна биссектрисе угла ABC . Оказалось, что $\angle ABD = 12^\circ$ и $\angle DBC = 94^\circ$. Найдите $\angle BCA$. Ответ выразите в градусах.

Задача 7.3. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что касательная в точке D к описанной окружности параллельна биссектрисе угла ABC . Оказалось, что $\angle ABD = 13^\circ$ и $\angle DBC = 93^\circ$. Найдите $\angle BCA$. Ответ выразите в градусах.

Задача 7.4. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что касательная в точке D к описанной окружности параллельна биссектрисе угла ABC . Оказалось, что $\angle ABD = 12^\circ$ и $\angle DBC = 96^\circ$. Найдите $\angle BCA$. Ответ выразите в градусах.

Задача 8.1. В ряд стоят 20 ящиков, пронумерованные слева направо числами от 1 до 20. В ящиках с нечётными номерами лежат по 45 шариков, а с чётными номерами — по 46. За одну операцию разрешается выбрать не крайний справа ящик, в котором нечётное количество шариков, и переложить один шарик из него в соседний справа ящик. Если никакую операцию сделать невозможно, процесс заканчивается.

(а) (3 балла) Через какое минимальное количество операций мог закончиться процесс?

(б) (4 балла) Через какое максимальное количество операций мог закончиться процесс?

Задача 8.2. В ряд стоят 24 ящика, пронумерованные слева направо числами от 1 до 24. В ящиках с нечётными номерами лежат по 45 шариков, а с чётными номерами — по 46. За одну операцию разрешается выбрать не крайний справа ящик, в котором нечётное количество шариков, и переложить один шарик из него в соседний справа ящик. Если никакую операцию сделать невозможно, процесс заканчивается.

(а) (3 балла) Через какое минимальное количество операций мог закончиться процесс?

(б) (4 балла) Через какое максимальное количество операций мог закончиться процесс?

Задача 8.3. В ряд стоят 28 ящиков, пронумерованные слева направо числами от 1 до 28. В ящиках с нечётными номерами лежат по 45 шариков, а с чётными номерами — по 46. За одну операцию разрешается выбрать не крайний справа ящик, в котором нечётное количество шариков, и переложить один шарик из него в соседний справа ящик. Если никакую операцию сделать невозможно, процесс заканчивается.

(а) (3 балла) Через какое минимальное количество операций мог закончиться процесс?

(б) (4 балла) Через какое максимальное количество операций мог закончиться процесс?

Задача 8.4. В ряд стоят 32 ящика, пронумерованные слева направо числами от 1 до 32. В ящиках с нечётными номерами лежат по 45 шариков, а с чётными номерами — по 46. За одну операцию разрешается выбрать не крайний справа ящик, в котором нечётное количество шариков, и переложить один шарик из него в соседний справа ящик. Если никакую операцию сделать невозможно, процесс заканчивается.

(а) (3 балла) Через какое минимальное количество операций мог закончиться процесс?

(б) (4 балла) Через какое максимальное количество операций мог закончиться процесс?