Разбор заданий пригласительного школьного этапа ВсОШ по математике для 8 класса 2025 — 2026 учебный год Максимальное количество баллов за задачу — 7 Максимальное количество баллов за работу — 56

Задание № 1 Клон 1

Условие: Пять детей — Юля, Эдик, Таисия, Олег и Настя встали в ряд, держа в руках свои копилки. Всего у них 96 монет.

У всех детей справа от Насти в сумме — 32 монеты.

У всех справа от Олега — 58 монет.

У всех справа от Таисии — 41 монета.

У всех справа от Эдика — 19 монет.

а) Сколько монет в копилке у Юли?

б) Сколько монет в копилке у Эдика?

Решение: заметим, что если бы дети отвечали в последовательности строго слева направо, то значения их ответов уменьшались бы, поэтому дети стояли так: Олег, Таисия, Настя, Эдик и Юля, поскольку если Юля будет не последней, то правее Эдика 0 монет. Тогда Эдик по сути сказал, сколько монет у Юли, то есть 19, а Настя — сколько в сумме у Эдика и Юли, поэтому у Эдика монет $32 - 19 = 13$.

Ответ: а) 19; б) 13.

Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Верный ответ в пункте а) — 4б.
- Верный ответ в пункте б) — 3б.

Задание № 1 Клон 2

Условие: Пять детей — Вова, Лена, Дима, Зоя и Катя встали в ряд, держа в руках свои корзинки с грибами. Всего у них 84 гриба.

У всех детей справа от Вовы в сумме — 26 грибов.

У всех справа от Лены —55 грибов.

У всех справа от Димы — 38 грибов.

У всех справа от Зои — 17 грибов.

а) Сколько грибов в корзине у Кати?

б) Сколько грибов в корзине у Зои?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 17; б) 9.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 3

Условие: Пять детей — Дима, Аня, Женя, Лёва и Соня встали в ряд, держа в руках свои альбомы с наклейками. Всего у них 53 наклейки.

У всех детей справа от Димы в сумме — 14 наклеек.

У всех справа от Ани — 37 наклеек.

У всех справа от Жени — 22 наклейки.

У всех справа от Лёвы — 10 наклеек.

а) Сколько наклеек у Сони?

б) Сколько наклеек у Лёвы?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 10; б) 4.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 4

Условие: Пять детей — Лена, Паша, Вика, Тёма и Юра встали в ряд, держа в руках свои пеналы с карандашами. Всего у них 34 карандаша.

У всех детей справа от Лены в сумме — 11 карандашей.

У всех справа от Паши — 24 карандаша.

У всех справа от Вики — 15 карандашей.

У всех справа от Тёмы — 5 карандашей.

а) Сколько карандашей у Юры?

б) Сколько карандашей у Тёмы?

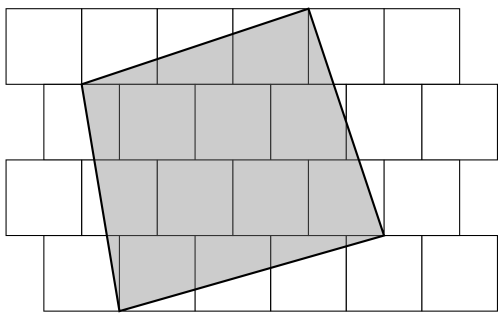
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 5; б) 6.

Критерии: аналогичны клону 1.

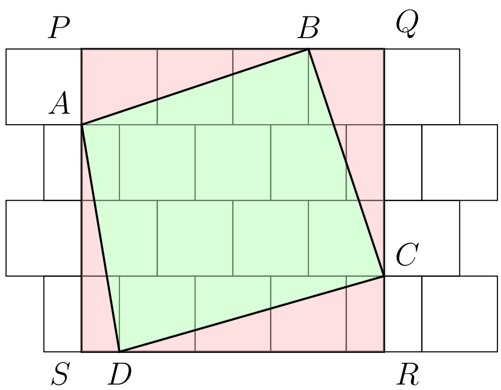
Задание № 2 Клон 1

Условие: На рисунке показана мозаика из квадратов 1×1. Каждый ряд единичных квадратов сдвинут по горизонтали на пол-единицы относительно ряда над ним. Каждая вершина заштрихованной фигуры является вершиной одного из единичных квадратов. Найдите площадь заштрихованной фигуры. Ответ выразите в квадратных единицах.



Решение: впишем исходный четырёхугольник $ABCD$ в прямоугольник $PQRS$ и посчитаем площадь как разность площади прямоугольника и четырёх прямоугольных треугольников:

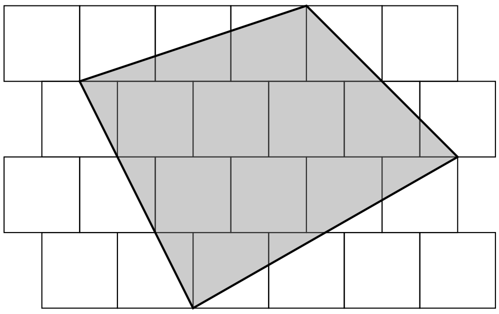
$$S_{ABCD} = S_{PQRS} - S_{ABP} - S_{CBQ} - S_{CDR} - S_{DAS} = 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 3 = 10{,}5.$$



Ответ: 10,5.
Критерии: Точное совпадение — 7б.

Задание № 2 Клон 2

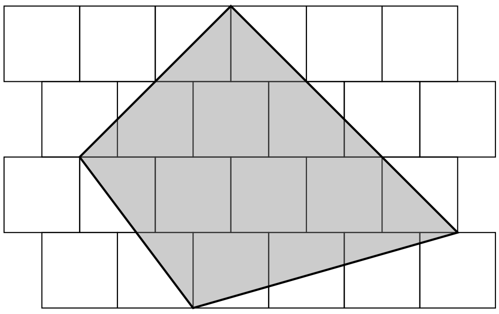
Условие: На рисунке показана мозаика из квадратов 1×1. Каждый ряд единичных квадратов сдвинут по горизонтали на пол-единицы относительно ряда над ним. Каждая вершина заштрихованной фигуры является вершиной одного из единичных квадратов. Найдите площадь заштрихованной фигуры. Ответ выразите в квадратных единицах.



Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 10,75.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 3

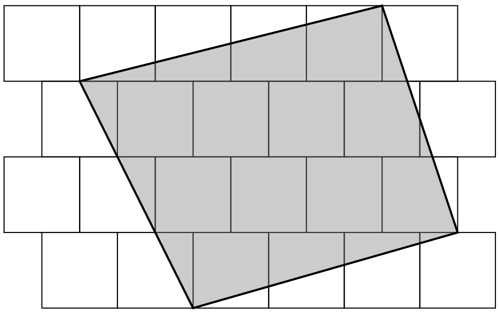
Условие: На рисунке показана мозаика из квадратов 1×1. Каждый ряд единичных квадратов сдвинут по горизонтали на пол-единицы относительно ряда над ним. Каждая вершина заштрихованной фигуры является вершиной одного из единичных квадратов. Найдите площадь заштрихованной фигуры. Ответ выразите в квадратных единицах.



Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 10,25.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 4

Условие: На рисунке показана мозаика из квадратов 1×1. Каждый ряд единичных квадратов сдвинут по горизонтали на пол-единицы относительно ряда над ним. Каждая вершина заштрихованной фигуры является вершиной одного из единичных квадратов. Найдите площадь заштрихованной фигуры. Ответ выразите в квадратных единицах.



Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 12,5.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 1

Условие: В спортивной школе занимаются несколько девушек и в два раза больше юношей. Тренер планирует отправить на соревнования команду либо из двух девушек, либо из двух юношей. У тренера есть 148 способов выбрать команду. Сколько девушек в спортивной школе?
Решение: пусть x — количество девушек, тогда юношей $2x$.

Посчитаем сколькими способами можно выбрать двух девушек. Первую девушку выбираем x способами, вторую — $x-1$ способом. Тогда получаем $x(x-1)$. Однако, при данном подсчёте мы каждую команду посчитали дважды: либо сначала выбрали А, потом Б; либо сначала выбрали Б, а потом А. В итоге получалась одна и та же команда, состоящая из А и Б. Значит, число команд из девушек $\frac{x(x-1)}{2}$. Аналогично $\dfrac{2x(2x-1)}{2}$ команд из юношей. По условию в сумме их 148. Теперь можем составить уравнение:

$$\frac{x(x-1)}{2} + \frac{2x(2x-1)}{2} = 148.$$

После упрощения: $5x^2 - 3x - 296 = 0$.

Найдём дискриминант: $D = (-3)^2 + 4 \cdot 5 \cdot 296 = 9 + 5920 = 5929 = 77^2$.

Тогда

$$x = \frac{3 \pm 77}{10}.$$

Берём положительное значение: $x = \frac{80}{10} = 8$.
Ответ: 8.
Критерии: Точное совпадение — 7б.

Задание № 3 Клон 2

Условие: В спортивной школе занимаются несколько девушек и в два раза больше юношей. Тренер планирует отправить на соревнования команду либо из двух девушек, либо из двух юношей. У тренера есть 112 способов выбрать команду. Сколько учащихся в спортивной школе?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 21.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 3

Условие: В спортивной школе занимаются несколько девушек и в три раза больше юношей. Тренер планирует отправить на соревнования команду либо из двух девушек, либо из двух юношей. У тренера есть 168 способов выбрать команду. Сколько юношей в спортивной школе?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 18.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 4

Условие: В спортивной школе занимаются несколько девушек и в три раза больше юношей. Тренер планирует отправить на соревнования команду либо из двух девушек, либо из двух юношей. У тренера есть 115 способов выбрать команду. Сколько учащихся в спортивной школе?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 20.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 1

Условие: На доске написано число 1. За один ход можно взять любое число x, имеющееся на доске, и записать на доску одно из чисел $3x+1$ или $x+6$. Найдите наибольшее число, не превосходящее 300, которое может быть записано на доске.
Решение: докажем, что любое записанное на доску число даёт остаток 1 при делении на 3. Действительно, изначальное число 1 удовлетворяет утверждению. Пусть на доске находятся несколько чисел, каждое из которых даёт остаток 1. Поскольку $3x$ и 6 делятся на 3, то $3x+1$ даёт остаток 1 при делении на 3, а $x+6$ — такой же остаток, что число x, то есть снова 1.
Таким образом, на доске не могли появиться числа $300 = 3 \cdot 100$ и $299 = 3 \cdot 99 + 2$. Покажем, как получить 298:
$1 \to 3 \cdot 1 + 1 = 4 \to 4 + 6 = 10 \to \ldots \to 4 + 6 \cdot 49 = 298.$
Ответ: 298.
Критерии: Точное совпадение — 7б.

Задание № 4 Клон 2

Условие: На доске написано число 1. За один ход можно взять любое число x, имеющееся на доске, и записать на доску одно из чисел $3x+1$ или $x+9$. Найдите наибольшее число, не превосходящее 600, которое может быть записано на доске.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 598.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 3

Условие: На доске написано число 1. За один ход можно взять любое число x, имеющееся на доске, и записать на доску одно из чисел $4x+1$ или $x+8$. Найдите наибольшее число, не превосходящее 400, которое может быть записано на доске.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 397.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 4

Условие: На доске написано число 1. За один ход можно взять любое число x, имеющееся на доске, и записать на доску одно из чисел $4x+1$ или $x+12$. Найдите наибольшее число, не превосходящее 500, которое может быть записано на доске.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 497.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 1

Условие: Известно, что корни уравнения $x^2 - 28x + a = 0$ равны соответственно кубам корней уравнения $x^2 + bx + 3 = 0$. Найдите a и b.
Решение: пусть x_1, x_2 — корни уравнения $x^2 - 28x + a = 0$, y_1, y_2 — корни уравнения $x^2 + bx + 3 = 0$. По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 28, \\ x_1 x_2 = a \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y_1 + y_2 = -b, \\ y_1 y_2 = 3. \end{cases}$$

По условию $x_1 = y_1^3, x_2 = y_2^3$, тогда $a = x_1 x_2 = y_1^3 y_2^3 = (y_1 y_2)^3 = 3^3 = 27$. Решая уравнение $x^2 - 28x + 27 = 0$, находим $\{x_1; x_2\} = \{1; 27\}$, следовательно, $\{y_1; y_2\} = \{\sqrt[3]{x_1}; \sqrt[3]{x_2}\} = \{1; 3\}$, откуда $b = -(y_1 + y_2) = -4$.
Ответ: $a = 27; b = -4$.
Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Верно найдено a — 3б, верно найдено b — 4б.

Задание № 5 Клон 2

Условие: Известно, что корни уравнения $x^2 - 9x + a = 0$ равны соответственно кубам корней уравнения $x^2 + bx + 2 = 0$. Найдите a и b.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: $a = 8; b = -3$.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 3

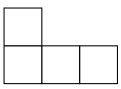
Условие: Известно, что корни уравнения $x^2 - 26x + a = 0$ равны соответственно кубам корней уравнения $x^2 + bx - 3 = 0$. Найдите a и b.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: $a = -27; b = -2$.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 4

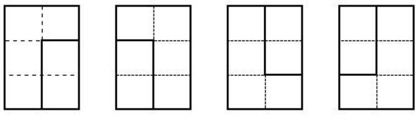
Условие: Известно, что корни уравнения $x^2 - 7x + a = 0$ равны соответственно кубам корней уравнения $x^2 + bx - 2 = 0$. Найдите a и b.
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: $a = -8; b = -1$.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 1

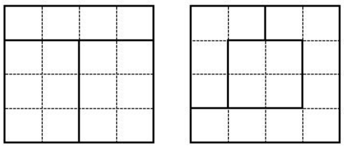
Условие: Какое наименьшее количество клеток нужно закрасить на доске 4×7, чтобы в любой Г-образной фигуре, состоящей из четырёх клеток, как минимум одна была закрашена?



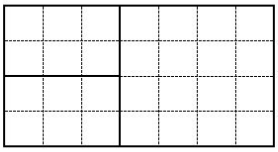
Решение: 1) докажем, что в прямоугольнике 3×2 должно быть закрашено не менее двух клеток. От противного. В прямоугольник помещается одна Г-образная фигура, поэтому одна закрашенная клетка точно есть, но остаются ещё 2 клетки, образующих вертикальную доминошку. Заметим, что существует 4 способа расположить Г-образную фигуру, тогда в каждой из оставшихся доминошек нет закрашенных клеток, но эти доминошки полностью покрывают прямоугольник 3×2, то есть в нём не должно быть закрашенных клеток. Противоречие.



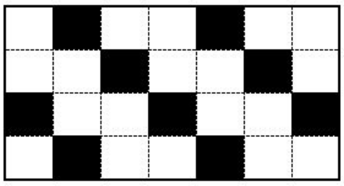
2) Докажем, что в квадрате 4×4 не менее 5 закрашенных клеток. От противного. Из квадрата можно вырезать 2 прямоугольника 3×2, в которых в сумме уже не менее 4 закрашенных клеток, а также полоску 1×4, примыкающую к боковой стороне квадрата. Следовательно, в любой такой полоске нет закрашенных клеток, значит, нет закрашенных клеток среди всех, примыкающих к границе квадрата, но тогда нет закрашенной клетки в Г-образной фигуре, угол которой совпадает с углом квадрата. Противоречие.



3) Разрежем прямоугольник 4×7 на два прямоугольника 2×3 и квадрат 4×4. Тогда должно быть закрашено не менее $2+2+5=9$ клеток.



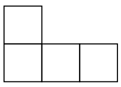
4) Легко убедиться, что раскраска с 9 клетками на рисунке ниже удовлетворяет условию задачи.



Ответ: 9.
Критерии: Точное совпадение — 7б.

Задание № 6 Клон 2

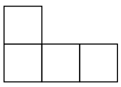
Условие: Какое наименьшее количество клеток нужно закрасить на доске 4×10, чтобы в любой Г-образной фигуре, состоящей из четырёх клеток, как минимум одна была закрашена?



Решение: аналогично клону 1
Ответ: 13.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 3

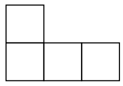
Условие: Какое наименьшее количество клеток нужно закрасить на доске 5×6, чтобы в любой Г-образной фигуре, состоящей из четырёх клеток, как минимум одна была закрашена?



Решение: аналогично клону 1 докажем, что в квадрате 3×3 закрашено не менее 3 клеток. Предположим противное. Вырежем четырьмя способами из него прямоугольник 2×3, тогда в каждом из них должно быть закрашено ровно 2 клетки, а в оставшейся полоске 1×3 — ни одной. Но объединение этих полосок — 8 граничных клеток, следовательно, закрашенной в 3×3 может быть только одна центральная, но закрашенных клеток как минимум две. Противоречие.
Далее несложно разбить прямоугольник 5×6 на два квадрата 3×3 и два прямоугольника 2×3, таким образом получив оценку на $2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 10$ клеток.
Пример аналогично строится при использовании диагональной раскраски.
Ответ: 10.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 4

Условие: Какое наименьшее количество клеток нужно закрасить на доске 6×7, чтобы в любой Г-образной фигуре, состоящей из четырёх клеток, как минимум одна была закрашена?



Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 14.
Критерии: аналогичны клону 1.

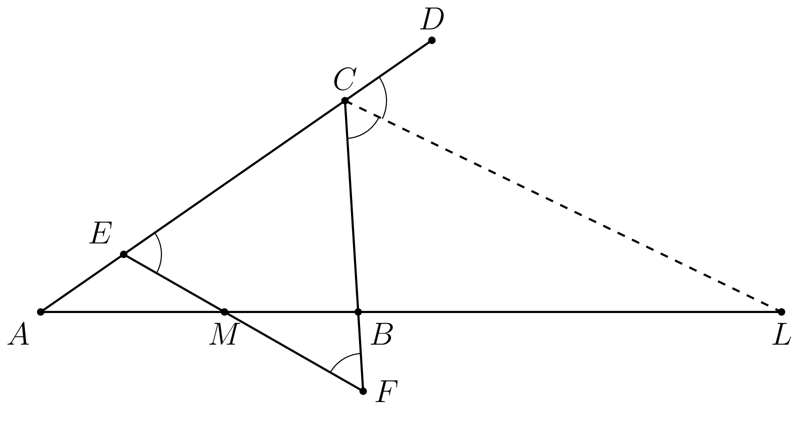
Задание № 7 Клон 1

Условие: Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 7$ и $CB = 4$. Прямая l — биссектриса внешнего угла при вершине C. Прямая, проходящая через середину M отрезка AB параллельно l, пересекает прямую AC в точке E, а прямую BC — в точке F. Найдите длину отрезков:

а) CE;

б) BF.

Решение:



Пусть биссектриса внешнего угла при вершине C пересекает луч AB в точке L, D — любая точка на продолжении луча AC за точку C. По свойству внешней биссектрисы: $\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{BC}$.

Тогда $BL = 4x$, $AL = 7x$. Так как M — середина AB, то $AM = MB = 1{,}5x$.

$EM \parallel l$, значит, по теореме о пропорциональных отрезках $\frac{AE}{EC} = \frac{AM}{ML} = \frac{1{,}5x}{5{,}5x}$. Зная, что $AE + EC = 7$, находим $AE = 1{,}5$, $EC = 5{,}5$.

По свойствам $\angle LCB = \angle CFE$ и $\angle DCL = \angle CEF$ из параллельности l и EF. Тогда треугольник CEF — равнобедренный и $BF = CF - CB = CE - CB = 5{,}5 - 4 = 1{,}5$.

Ответ: а) 5,5; б) 1,5.
Критерии:

- Точное совпадение — 7б.
- Верный ответ в пункте а) — 5б.
- Верный ответ в пункте б) — 2б.

Задание № 7 Клон 2

Условие: Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 7$ и $CB = 6$. Прямая l — биссектриса внешнего угла при вершине C. Прямая, проходящая через середину M отрезка AB параллельно l, пересекает прямую AC в точке E, а прямую BC — в точке F. Найдите длину отрезков:

а) CE;

б) BF.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 6,5; б) 0,5.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 3

Условие: Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 12$ и $CB = 5$. Прямая l — биссектриса внешнего угла при вершине C. Прямая, проходящая через середину M отрезка AB параллельно l, пересекает прямую AC в точке E, а прямую BC — в точке F. Найдите длину отрезков:

а) CE;

б) BF.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 8,5; б) 3,5.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 4

Условие: Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 13$ и $CB = 8$. Прямая l — биссектриса внешнего угла при вершине C. Прямая, проходящая через середину M отрезка AB параллельно l, пересекает прямую AC в точке E, а прямую BC — в точке F. Найдите длину отрезков:

а) CE;

б) BF.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 10,5; б) 2,5.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 1

Условие: 17 серверов распределяют между 11 дата-центрами так, чтобы в каждом дата-центре находился хотя бы один сервер. Между любой парой серверов, находящихся в разных дата-центрах, устанавливается прямое кабельное соединение. Какое наименьшее количество соединений может получиться?

Решение: докажем, что если у нас есть n серверов, то попарных соединений между ними ровно $\frac{n(n-1)}{2}$. Действительно, если $n \geqslant 2$, то каждый из n серверов соединяется с остальными $n-1$. Итого $n(n-1)$. При этом каждое соединение посчитано дважды — с каждого из концов. Значит, соединений $\frac{n(n-1)}{2}$. Если $n = 1$, то соединений 0, что совпадает с формулой.

Пусть в дата-центрах находится $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ серверов, где $a_1 + a_2 + \cdots + a_{11} = 17$, $a_i \geqslant 1$.

Каждая пара серверов, находящихся в разных дата-центрах, дает одно соединение. Общее число пар серверов равно $\frac{17 \cdot 16}{2}$.

Но пары серверов, находящихся в одном дата-центре, не соединяются. Если в i-м дата-центре находится a_i серверов, то таких пар там $\frac{a_i \cdot (a_i - 1)}{2}$.

Значит, число соединений равно

$$\frac{17\cdot 16}{2}-\left(\frac{a_1\cdot(a_1-1)}{2}+\frac{a_2\cdot(a_2-1)}{2}+\ldots+\frac{a_{11}\cdot(a_{11}-1)}{2}\right).$$

Чтобы число соединений было наименьшим, нужно, чтобы величина

$$\frac{a_1\cdot(a_1-1)}{2}+\frac{a_2\cdot(a_2-1)}{2}+\ldots+\frac{a_{11}\cdot(a_{11}-1)}{2}$$

была наибольшей. Докажем, что эта сумма максимальна тогда и только тогда, когда все a_i, кроме одного, равны 1.

Предположим, что существуют два индекса $i\neq j$, для которых

$$a_i=x,\quad a_j=y,\quad x\geqslant y\geqslant 2.$$

Рассмотрим новое распределение, в котором один сервер перенесён из j-го дата-центра в i-й.

Сравним соответствующие суммы:

$$\frac{(x+1)x}{2}+\frac{(y-1)(y-2)}{2}\quad\text{и}\quad\frac{x(x-1)}{2}+\frac{y(y-1)}{2}.$$

Рассмотрим их разность:

$$\frac{(x+1)x}{2}+\frac{(y-1)(y-2)}{2}-\frac{x(x-1)}{2}-\frac{y(y-1)}{2}=x-y+1>0.$$

Значит, сумма увеличивается.

Повторяя такие перемещения, мы придём к распределению: $7,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1$.

В этом случае число «внутренних» пар равно $\frac{7\cdot 6}{2}$.

Следовательно, минимальное число соединений:

$$\frac{17\cdot 16}{2}-\frac{7\cdot 6}{2}=136-21=115.$$

Ответ: 115.
Критерии: Точное совпадение — 7б.

Задание № 8 Клон 2

Условие: 15 серверов распределяют между 10 дата-центрами так, чтобы в каждом дата-центре находился хотя бы один сервер. Между любой парой серверов, находящихся в разных дата-центрах, устанавливается прямое кабельное соединение. Какое наименьшее количество соединений может получиться?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 90.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 3

Условие: 20 серверов распределяют между 13 дата-центрами так, чтобы в каждом дата-центре находился хотя бы один сервер. Между любой парой серверов, находящихся в разных дата-центрах, устанавливается прямое кабельное соединение. Какое наименьшее количество соединений может получиться?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 162.
Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 4

Условие: 22 серверов распределяют между 14 дата-центрами так, чтобы в каждом дата-центре находился хотя бы один сервер. Между любой парой серверов, находящихся в разных дата-центрах, устанавливается прямое кабельное соединение. Какое наименьшее количество соединений может получиться?
Решение: аналогично клону 1.
Ответ: 195.
Критерии: аналогичны клону 1.