Задания пригласительного школьного этапа ВсОШ

по математике для 10 класса

2025-2026 учебный год

Максимальное количество баллов за задачу — 7

Максимальное количество баллов за работу — 56

Задача 1.1. Арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ такова, что $a_2 + a_4 = 20$ и $a_1 \cdot a_3 = 40$. Найдите значение a_{11}.

Вариант 1.2. Арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ такова, что $a_2 + a_4 = 26$ и $a_1 \cdot a_3 = 39$. Найдите значение a_{11}.

Вариант 1.3. Арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ такова, что $a_2 + a_4 = 22$ и $a_1 \cdot a_3 = 33$. Найдите значение a_{11}.

Вариант 1.4. Арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ такова, что $a_2 + a_4 = 26$ и $a_1 \cdot a_3 = 91$. Найдите значение a_{11}.

Задача 2.1. По кругу лежат 900 шаров. Каждый шар окрашен в один из трёх цветов — синий, красный или зелёный. Известно, что среди любых четырёх подряд идущих шаров есть шары всех трёх цветов. Кроме того, никакой красный шар не соседствует с зелёным. Сколько синих шаров может быть? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 2.2. По кругу лежат 1200 шаров. Каждый шар окрашен в один из трёх цветов — синий, красный или зелёный. Известно, что среди любых четырёх подряд идущих шаров есть шары всех трёх цветов. Кроме того, никакой красный шар не соседствует с зелёным. Сколько синих шаров может быть? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 2.3. По кругу лежат 1500 шаров. Каждый шар окрашен в один из трёх цветов — синий, красный или зелёный. Известно, что среди любых четырёх подряд идущих шаров есть шары всех трёх цветов. Кроме того, никакой красный шар не соседствует с зелёным. Сколько синих шаров может быть? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ за-писывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 2.4. По кругу лежат 1800 шаров. Каждый шар окрашен в один из трёх цветов — синий, красный или зелёный. Известно, что среди любых четырёх подряд идущих шаров есть шары всех трёх цветов. Кроме того, никакой красный шар не соседствует с зелёным. Сколько синих шаров может быть? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ за-писывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 3.1. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. Оказалось, что $AB : BC : CD = 7 : 6 : 2$, а площадь четырёхугольника равна 120. Найдите периметр четырёхугольника.

Вариант 3.2. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. Оказалось, что $AB : BC : CD = 7 : 6 : 2$, а площадь четырёхугольника равна 270. Найдите периметр четырёхугольника.

Вариант 3.3. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. Оказалось, что $AB : BC : CD = 7 : 6 : 2$, а площадь четырёхугольника равна 480. Найдите периметр четырёхугольника.

Вариант 3.4. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. Оказалось, что $AB : BC : CD = 7 : 6 : 2$, а площадь четырёхугольника равна 750. Найдите периметр четырёхугольника.

Задача 4.1. Отметьте на рисунке максимально возможное количество белых клеток так, чтобы они не касались друг друга по стороне или углу.

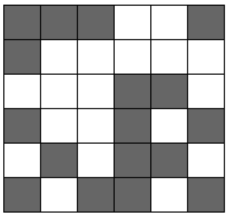

Рис. 1: К условию задачи 4.1

Вариант 4.2. Отметьте на рисунке максимально возможное количество белых клеток так, чтобы они не касались друг друга по стороне или углу.

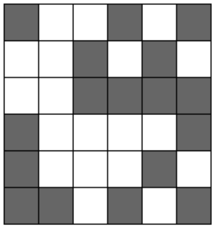

Рис. 3: К условию задачи 4.2

Вариант 4.3. Отметьте на рисунке максимально возможное количество белых клеток так, чтобы они не касались друг друга по стороне или углу.

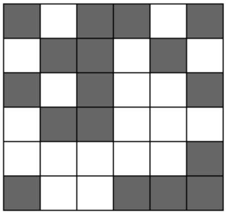

Рис. 5: К условию задачи 4.3

Вариант 4.4. Отметьте на рисунке максимально возможное количество белых клеток так, чтобы они не касались друг друга по стороне или углу.

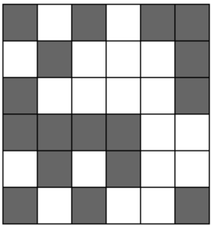

Рис. 7: К условию задачи 4.4

Задача 5.1. У Коли есть три стопки с монетами: в одной — 30, в другой — 18, в третьей — 45 монет. Он перекладывает монеты между кучками. На очередном шаге он должен выбрать стопку с нечётным количеством монет, забрать оттуда две монеты и положить по одной в две другие кучки. Какое наибольшее количество монет Коля сможет собрать в одной стопке?

Вариант 5.2. У Коли есть три стопки с монетами: в одной — 33, в другой — 18, в третьей — 45 монет. Он перекладывает монеты между кучками. На очередном шаге он должен выбрать стопку с нечётным количеством монет, забрать оттуда две монеты и положить по одной в две другие кучки. Какое наибольшее количество монет Коля сможет собрать в одной стопке?

Вариант 5.3. У Коли есть три стопки с монетами: в одной — 36, в другой — 18, в третьей — 45 монет. Он перекладывает монеты между кучками. На очередном шаге он должен выбрать стопку с нечётным количеством монет, забрать оттуда две монеты и положить по одной в две другие кучки. Какое наибольшее количество монет Коля сможет собрать в одной стопке?

Вариант 5.4. У Коли есть три стопки с монетами: в одной — 39, в другой — 18, в третьей — 45 монет. Он перекладывает монеты между кучками. На очередном шаге он должен выбрать стопку с нечётным количеством монет, забрать оттуда две монеты и положить по одной в две другие кучки. Какое наибольшее количество монет Коля сможет собрать в одной стопке?

Задача 6.1. Найдите наименьшее положительное решение уравнения

$$\sin\frac{\pi x}{3} + \sin\frac{\pi x}{7} = 2.$$

Вариант 6.2. Найдите наименьшее положительное решение уравнения

$$\sin\frac{\pi x}{3} + \sin\frac{\pi x}{11} = 2.$$

Вариант 6.3. Найдите наименьшее положительное решение уравнения

$$\sin\frac{\pi x}{5} + \sin\frac{\pi x}{9} = 2.$$

Вариант 6.4. Найдите наименьшее положительное решение уравнения

$$\sin\frac{\pi x}{5} + \sin\frac{\pi x}{17} = 2.$$

Задача 7.1. У Зевса есть карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Он случайным образом составляет из них число вида $\mathrm{О}^{\mathrm{Л}^{\mathrm{И}^{\mathrm{М}^{\mathrm{П}}}}}$. Какова вероятность, что полученное число будет заканчиваться на 1?

Обратите внимание, что возведение в степень выполняется сверху вниз, т. е. сначала М возводится в степень П, затем И возводится в результат предыдущего действия и т.д.

Вариант 7.2. У Зевса есть карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Он случайным образом составляет из них число вида $\mathrm{О}^{\mathrm{Л}^{\mathrm{И}^{\mathrm{М}^{\mathrm{П}}}}}$. Какова вероятность, что полученное число не будет заканчиваться на 1?

Обратите внимание, что возведение в степень выполняется сверху вниз, т. е. сначала М возводится в степень П, затем И возводится в результат предыдущего действия и т.д.

Задача 8.1. Треугольники ABC и ADE расположены на координатной плоскости так, что $B = (0; 0)$, $C = (123; 0)$, $D = (800; 600)$ и $E = (810; 610)$, а их площади равны 1234 и 5678 соответственно. Чему равна сумма всех возможных абсцисс точки A?

Напомним, что *абсциссой* точки называется её координата по оси Ox.

Вариант 8.2. Треугольники ABC и ADE расположены на координатной плоскости так, что $B = (0; 0)$, $C = (123; 0)$, $D = (400; 300)$ и $E = (410; 310)$, а их площади равны 1234 и 5678 соответственно. Чему равна сумма всех возможных абсцисс точки A?

Напомним, что *абсциссой* точки называется её координата по оси Ox.

Вариант 8.3. Треугольники ABC и ADE расположены на координатной плоскости так, что $B = (0; 0)$, $C = (123; 0)$, $D = (600; 300)$ и $E = (610; 310)$, а их площади равны 1234 и 5678 соответственно. Чему равна сумма всех возможных абсцисс точки A?

Напомним, что *абсциссой* точки называется её координата по оси Ox.

Вариант 8.4. Треугольники ABC и ADE расположены на координатной плоскости так, что $B = (0; 0)$, $C = (123; 0)$, $D = (900; 400)$ и $E = (910; 410)$, а их площади равны 1234 и 5678 соответственно. Чему равна сумма всех возможных абсцисс точки A?

Напомним, что *абсциссой* точки называется её координата по оси Ox.