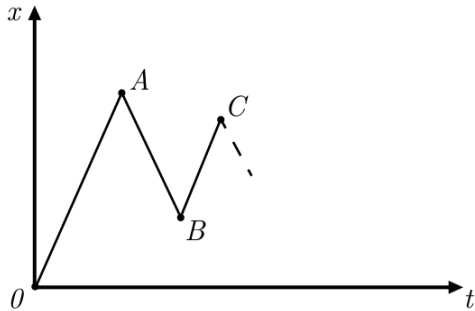


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Приехав в Простоквашино, дядя Фёдор пошёл от вокзала к дому по ровной прямой дороге с постоянной скоростью. Встречать дядю Фёдора из дома вышли кот Матроскин и пёс Шарик. Матроскин шёл не спеша, с постоянной скоростью, Шарик некоторое время шёл рядом с ним. Затем Шарику надоело идти медленно и в момент времени, когда они поравнялись с магазином, он побежал навстречу Фёдору. Добежав до дяди Фёдора, Шарик сразу развернулся и побежал навстречу Матроскину, добежав до Матроскина, сразу бросился назад к дяде Фёдору и так и бегал между ними, пока все трое не встретились в одной точке дороги. Шарик при этом всё время бегал с постоянной скоростью.

Дана часть графика зависимости расстояния между Шариком и магазином, начиная с момента времени, когда он убежал от Матроскина. Известны координаты точек A , B и C изломов на этом графике:



	т. A	т. B	т. C
t , сек	1000	1600	1800
x , м	3000	1200	1800

а) Определите скорость, с которой двигались дядя Фёдор, Матроскин и Шарик соответственно. Ответы выразите в метрах в секунду, округлите до сотых.

Ответ:

Матроскин	засчитывается в диапазоне [0.70; 0.80] м/с
Дядя Фёдор	засчитывается в диапазоне [1.45; 1.55] м/с
Шарик	засчитывается в диапазоне [2.95; 3.05] м/с

Критерий оценивания: за каждый верный ответ — 2 балла. Всего 6 баллов

б) На каком расстоянии от магазина находился дядя Фёдор в момент, когда Шарик убежал от Матроскина? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [4495; 4505]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) На каком расстоянии от магазина произошла встреча всех трёх персонажей? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1490; 1510]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

г) Какое расстояние пробежал Шарик от момента, когда он первый раз покинул Матроскина до момента встречи всех трёх персонажей? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [5990; 6010]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) За время t_A Шарик пробежал расстояние x_A . Скорость Шарика $v_{\text{ш}} = \frac{x_A}{t_A} = 3$ м/с. За время t_B Матроскин прошёл расстояние x_B , его скорость равна $v_{\text{м}} = \frac{x_B}{t_B} = 0.75$ м/с. Дядя Фёдор за промежуток времени $t_C - t_A$ прошёл расстояние $x_A - x_C$, его скорость равна $v_{\text{ф}} = \frac{x_A - x_C}{t_C - t_A} = 1.5$ м/с.

б) До момента встречи с Шариком в точке A дядя Фёдор прошёл расстояние $\Delta S = v_{\text{ф}} \cdot t_A = 1500$ м. Следовательно, в момент времени, когда Шарик убежал от Матроскина, Фёдор находился на расстоянии $S_{\text{ф}} = \Delta S + x_A = 4500$ м от магазина.

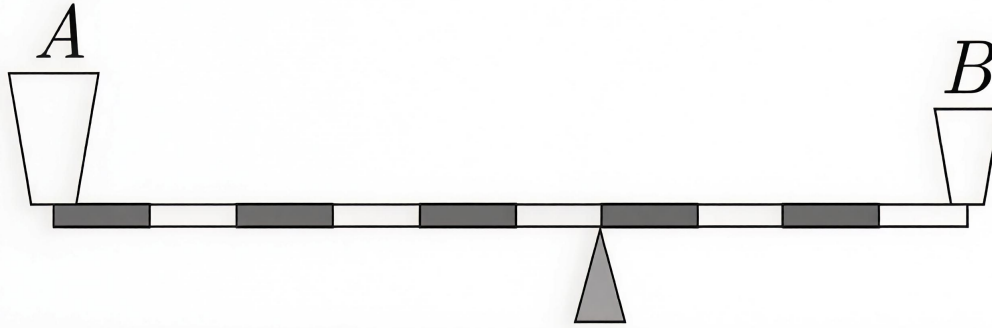
в) Матроскин и дядя Фёдор встретятся через $t_{\text{встр}} = \frac{S_{\text{ф}}}{v_{\text{ф}} + v_{\text{м}}} = 2000$ с. Расстояние от магазина до места встречи равно $S_{\text{встр}} = v_{\text{м}} \cdot t_{\text{встр}} = 1500$ м.

г) Шарик бегал туда-обратно с постоянной скоростью в течение времени $t_{\text{встр}}$ и пробежал $S_{\text{ш}} = v_{\text{ш}} \cdot t_{\text{встр}} = 6000$ м.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	t_A , с	t_B , с	t_C , с	x_A , м	x_B , м	x_C , м	Ответ v_M , (пункт а)	Ответ $v_{ш}$, (пункт а)	Ответ v_Φ , (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)
1	1000	1600	1800	3000	1200	1800	[0.70; 0.80]	[2.95; 3.05]	[1.45; 1.55]	[4495; 4505]	[1490; 1510]	[5990; 6010]
2	900	1465	1742	3150	1172	2140	[0.75; 0.85]	[3.45; 3.55]	[1.15; 1.25]	[4225; 4235]	[1682; 1702]	[7393; 7413]
3	1026	1603	1765	2564	1122	1529	[0.65; 0.75]	[2.45; 2.55]	[1.35; 1.45]	[3995; 4005]	[1323; 1343]	[4752; 4772]
4	1042	1716	2025	3646	1287	2368	[0.70; 0.80]	[3.45; 3.55]	[1.25; 1.35]	[4995; 5005]	[1819; 1839]	[8527; 8547]

Задание 2. Вариант 1. Невесомый рычаг, размеченный светлыми и тёмными областями на десять одинаковых по длине участков, установлен на опоре, положение которой можно изменять. На концы рычага установлены две пустые ёмкости *A* и *B*. Когда опора находится в положении, показанном на рисунке, рычаг вместе с ёмкостями находится в равновесии.

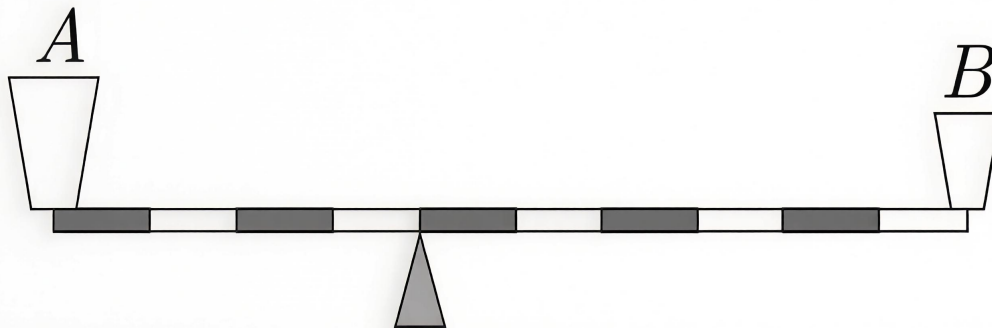


а) Определите отношение массы ёмкости *B* к массе ёмкости *A*. Ответ округлите до десятых.

Ответ: 1.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) После перемещения опоры в новое положение в одну из ёмкостей для сохранения равновесия пришлось долить литр воды. Плотность воды равна 1 г/см^3 .



В какую из ёмкостей долили воду?

Ответ:

- В ёмкость *A*
- В ёмкость *B*

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Определите массу каждой из ёмкостей. Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ:

Ёмкость <i>A</i>	засчитывается в диапазоне [790; 810]
Ёмкость <i>B</i>	засчитывается в диапазоне [1190; 1210]

Критерий оценивания: за каждый верный ответ — 2 балла. Всего 4 балла

г) Воду вылили, опору вернули в исходное положение. Затем в ёмкость *B* налили 0.4 литра воды.

На какое расстояние надо передвинуть опору, чтобы равновесие сохранилось? Длина рычага равна 1 м. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [6.5; 6.9]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Запишем правило моментов относительно опоры.

$$m_A g \cdot l_A = m_B g \cdot l_B$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{l_A}{l_B} = 1.5.$$

б) После перемещения опоры в новое положение изменилось отношение плеч $\frac{l'_A}{l'_B}$ относительно опоры. Чтобы сохранить равенство моментов сил, с которыми ёмкости действуют на рычаг, необходимо увеличить массу с той стороны, где плечо стало меньше, то есть с той, где находится ёмкость *A*. Для этого в эту ёмкость наливают воду.

в) Правило моментов после перемещения опоры и доливания в ёмкость A воды массой Δm выглядит так:

$$(m_A + \Delta m)g \cdot l'_A = m_B g \cdot l'_B.$$

При ответе на первый вопрос мы установили, что $m_B = 1.5m_A$. Подставляя это в новое уравнение для моментов, получаем

$$(m_A + \Delta m)g \cdot l'_A = 1.5m_A g \cdot l'_B,$$

откуда

$$m_A \left(\frac{3l'_B}{2l'_A} - 1 \right) = \Delta m.$$

После перемещения опоры $\frac{l'_B}{l'_A} = 1.5$. С учётом этого $m_A = \frac{4}{5}\Delta m = 800$ г. Масса другой ёмкости $m_B = 1.5m_A = 1200$ г.

г) Вновь используем правило моментов при перемещении опоры на Δl вправо:

$$m_A g \cdot (l_A + \Delta l) = (m_B + \Delta m_1)g \cdot (L - l_A - \Delta l).$$

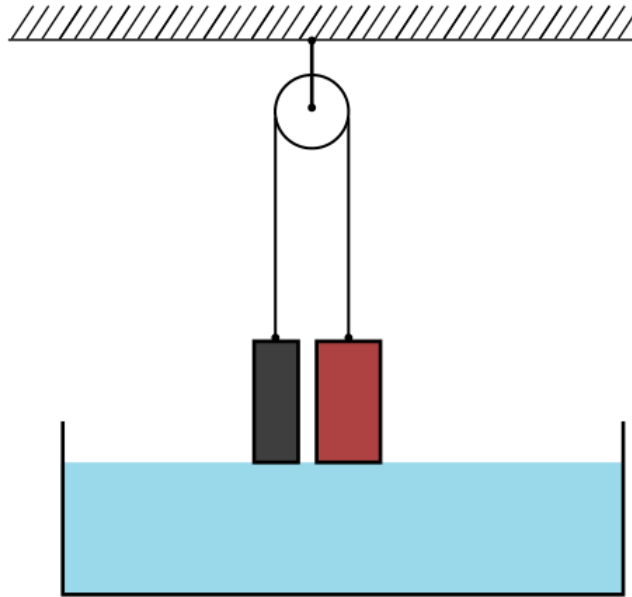
Для расстояния, на которое надо передвинуть опору, получаем:

$$\Delta l = \frac{m_B + \Delta m_1}{m_A + m_B + \Delta m_1} L - l_A \approx 6.7 \text{ см.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	Объём долитой воды (пункт б), л	Ответ (m_A) в диапазоне (пункт в)	Ответ (m_B) в диапазоне (пункт в)	Объём долитой воды (пункт в), л	Ответ в диапазоне (пункт г)
1	1	[790; 810]	[1190; 1210]	0.4	[6.5; 6.9]
2	0.95	[750; 770]	[1130; 1150]	0.5	[8.1; 8.5]
3	0.9	[710; 730]	[1070; 1090]	0.68	[10.8; 11.2]
4	0.85	[670; 690]	[1010; 1030]	0.6	[10.2; 10.6]

Задание 3. Вариант 1. Два цилиндра одинаковой высоты одинаковой массы покрашены в разные цвета. Отношение площади основания красного цилиндра к площади основания чёрного $\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} = 3$. Плотности обоих цилиндров больше плотности воды. Цилиндры подвешены на концах невесомой, нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, который может вращаться без трения. В широкий сосуд, находящийся под цилиндрами, налита вода. В начальный момент времени цилиндры неподвижны, основания обоих цилиндров касаются поверхности воды. Воду в сосуд начинают медленно подливать так, что уровень воды в сосуде поднимается с постоянной скоростью.



При ответе на последующие вопросы считайте, что цилиндры не успевают полностью погрузиться в воду.

а) Как будет изменяться положение цилиндров по мере добавления воды в сосуд?

Ответ:

- ✓ Красный цилиндр будет подниматься, чёрный — опускаться
- Красный цилиндр будет опускаться, чёрный — подниматься
- Цилиндры останутся неподвижными

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Выберите верные утверждения про силы Архимеда, действующие на цилиндры при подливании воды в сосуд:

Ответ:

- Сила Архимеда, действующая на красный цилиндр, больше силы Архимеда, действующей на чёрный цилиндр
- Сила Архимеда, действующая на чёрный цилиндр, больше силы Архимеда, действующей на красный цилиндр
- ✓ Силы Архимеда, действующие на цилиндры, равны
- ✓ Сила Архимеда, действующая на чёрный цилиндр, меньше силы тяжести, действующей на него
- Сила Архимеда, действующая на чёрный цилиндр, больше силы тяжести, действующей на него
- ✓ Сила Архимеда, действующая на красный цилиндр, увеличивается по мере доливания воды
- Сила Архимеда, действующая на красный цилиндр, не меняется по мере доливания воды

Критерий оценивания: за каждый верный ответ — 1 балл. Всего 3 балла

в) Уровень воды в сосуде повысился на 4 см. На какое расстояние относительно дна сосуда переместился красный цилиндр? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых. Если цилиндр переместился вверх, считайте перемещение положительным, вниз — отрицательным. Если цилиндры не перемещаются, в ответ запишите 0.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1.8; 2.2]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Уровень воды в сосуде изменяется со скоростью 2 см/с. С какой скоростью движутся цилиндры? Ответ выразите в см/с, округлите до десятых. Если цилиндры не перемещаются, в ответ запишите 0.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.9; 1.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) При частичном погружении цилиндров в воду на каждый из них действуют три силы: тяжести, натяжения нити и сила Архимеда. Поскольку силы тяжести и натяжения нити одинаковы для обоих цилиндров, в состоянии равновесия равны и силы Архимеда. Поэтому при повышении уровня воды цилиндр большей площади должен подниматься вверх, отставая по скорости подъёма от скорости поверхности воды.

б) Как уже было сказано, силы Архимеда, действующие на цилиндры, равны.

При сравнении сил тяжести и сил Архимеда, действующих на цилиндры, достаточно вспомнить, что плотности обоих цилиндров больше плотности воды. Поэтому силы Архимеда для этих цилиндров даже при полном погружении в воду меньше силы тяжести.

При погружении цилиндров в воду сила Архимеда увеличивается для обоих.

в) Пусть при повышении уровня воды на h красный цилиндр поднялся вверх на x , тогда чёрный опустился на то же самое x . Тогда глубина погружения в воду составляет $h+x$ для чёрного и $h-x$ для красного. Силы Архимеда для обоих цилиндров равны, поэтому

$$S_{\text{к}}(h-x) = S_{\text{ч}}(h+x),$$

$$x = \frac{S_{\text{к}} - S_{\text{ч}}}{S_{\text{к}} + S_{\text{ч}}} h = \frac{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} - 1}{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} + 1} h = 2 \text{ см.}$$

г) При ответе на предыдущий вопрос была получена связь между перемещением поверхности воды и перемещением цилиндров $x = \frac{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} - 1}{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} + 1} h$. При этом $h = vt$, где v – скорость уровня воды, $x = ut$, где u – скорость цилиндров. Поэтому

$$u = \frac{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} - 1}{\frac{S_{\text{к}}}{S_{\text{ч}}} + 1} v = 1 \text{ см/с.}$$